

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

На правах рукописи



Сагитова Ляйсан Акзамовна

**АНАЛИЗ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ  
ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРЕДПРИЯТИЙ  
ПРОМЫШЛЕННОГО РЕГИОНА**

Специальность 2.3.1 –  
Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор технических наук, доцент  
Зотеев Владимир Евгеньевич

Самара – 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	5
1 СИСТЕМНЫЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ.....	12
1.1 Методы системного анализа функционирования энергетических систем.....	12
1.2 Модельный анализ эффективности функционирования производственно- экономических систем .....	16
1.2.1 Математическое моделирование, регрессионный анализ, идентификация и оценка качества моделей .....	16
1.2.2 Производственные функции как математические модели функционирования производственно-экономических систем .....	26
1.3 Системный анализ функционирования энергетических производств .....	31
1.4 Выводы по первой главе .....	34
2 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ.	36
2.1 Анализ структуры энергосистемы Самарской области .....	36
2.2 Анализ динамики производства энергии энергосистемой Самарской области	40
2.3 Анализ динамики основных ресурсов региональной энергосистемы.....	46
2.4 Анализ показателей эффективности деятельности энергосистемы .....	54
2.5 Выводы по второй главе .....	58
3 РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ .....	60
3.1 Построение математических моделей динамики производства энергии.....	61
3.1.1 Разработка ковариационно-стационарных моделей временных рядов в форме стохастических разностных уравнений с детерминированным трендом .....	61
3.1.2 Результаты математического моделирования динамики суммарного производства энергии энергосистемой на основе результатов наблюдений.....	71
3.1.3 Сравнительный анализ разработанных математических моделей на основе оценки погрешности прогноза .....	74

3.1.4 Построение и сравнительный анализ перспективных прогнозов на основе разработанных математических моделей .....	81
3.1.5 Анализ факторных эластичностей выпуска продукции.....	83
3.2 Построение математических моделей динамики использования основных ресурсов.....	89
3.2.1 Разработка и построение математических моделей изменения величины капитальных ресурсов.....	92
3.2.2 Разработка и построение математических моделей динамики использования трудовых ресурсов .....	101
3.2.3 Разработка и построение математических моделей динамики топливных ресурсов.....	109
3.3 Выводы по третьей главе.....	117
4 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ.....	119
4.1 Анализ факторных эластичностей выпуска энергии.....	119
4.2 Анализ предельных производительностей ресурсов.....	122
4.3 Исследование масштабной и технологической эффективности энергосистемы.....	129
4.4 Анализ поведения энергосистемы в пространстве входных воздействий .....	136
4.5 Исследование фазовых портретов состояний энергосистемы.....	141
4.6 Выводы по четвёртой главе .....	154
5 МОДЕЛИРОВАНИЕ, ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА РАБОТЫ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ .....	156
5.1 Построение системы управления энергосистемой Самарской области.....	156
5.2 Построение алгоритма работы системы поддержки принятия решений для функционирования региональной энергосистемы.....	162
5.3 Выводы по пятой главе .....	172
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	173
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	175

ПРИЛОЖЕНИЕ А .....	192
ПРИЛОЖЕНИЕ Б.....	195
ПРИЛОЖЕНИЕ В .....	198
ПРИЛОЖЕНИЕ Г.....	200

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность работы.** На производственную деятельность предприятий и качество жизни людей существенное влияние оказывает эффективность функционирования энергетической отрасли, при этом одним из приоритетных направлений развития науки, техники и технологий в Российской Федерации является энергосбережение, энергоэффективность и ядерная энергетика.

В трудах Р. Калмана [59], Р. Егера [143] сформулированы подходы к моделированию сложных систем. Позже они были развиты в работах Л.А. Мелентьева [78], А.А. Макарова [74, 118] и других, применительно к функционированию энергетических систем. Проблемам эффективности функционирования энергетических предприятий посвящены исследования научной школы Н.В. Дилигенского [33, 34, 81].

В условиях изменений внешней среды, методов организации и управления энергетическими предприятиями актуальным является исследование деятельности энергосистем, позволяющее на основе методологии системного анализа и математического моделирования исследовать производственно-экономические взаимосвязи энергосистем с промышленными предприятиями, проводить оценку эффективности управления энергетическим комплексом с учетом вклада используемых ресурсов.

Поэтому актуальность настоящей работы, посвященной системному анализу совместного производства тепловой и электрической энергии предприятиями энергосистемы и оценке эффективности ее производственной деятельности, не вызывает сомнений.

**Целью диссертационной работы** является системный анализ и моделирование функционирования энергосистемы для оценки и повышения эффективности производства энергии.

Для достижения поставленной цели решаются следующие основные **задачи**:

1. Исследование деятельности энергосистемы на основе методологии системного анализа для оценки эффективности ее функционирования в условиях структурного кризиса.

2. Анализ функционирования региональной энергосистемы на основе построения и систематизации новых математических моделей, адекватно описывающих процесс производства тепловой и электрической энергии.

3. Разработка комплекса критериев оценки эффективности совместного производства тепловой и электрической энергии территориальной энергосистемой Самарской области.

4. Разработка алгоритмов поддержки принятия решений по повышению эффективности функционирования энергосистемы с помощью проблемно-ориентированных имитационных моделей.

**Объектом научного исследования** является энергосистема Самарской области, представляющая собой сложную динамическую техническую и социально-экономическую систему, в период ее функционирования с 1990 по 2021 гг.

**Предмет научного исследования.** Закономерности функционирования и развития энергосистемы Самарской области в период 1990–2021 гг., методы построения математических моделей для решения задач анализа и прогнозирования функционирования энергосистемы, критерии и методы оценки ее эффективности, модели и механизмы управления энергосистемой.

**Методы исследования.** Для решения поставленных в диссертационной работе задач использовались методы системного анализа, статистического анализа, математического моделирования, методы линейного и нелинейного прикладного регрессионного анализа, теории управления.

**Научная новизна** характеризуется следующими результатами:

1. Впервые проведен комплексный анализ энергосистемы Самарской области с учетом региональной специфики генерации и потребления энергии за расширенный временной период (1990–2021 гг.), что позволило выявить ранее не

исследованные структурные взаимосвязи и закономерности, определяющие устойчивость и эффективность функционирования энергетического комплекса.

2. Сформирована система критериев оценивания эффективности деятельности энергетического комплекса, включающая предельные производительности основных ресурсов, эластичности выпуска энергии, факторы изменения масштаба производства и совершенствования технологических процессов, фазовые портреты состояний энергосистемы, отличающаяся от известных анализом функционирования энергосистемы в пространстве входных воздействий с помощью предельных траекторий поведения процессов.

3. Разработана новая аналитическая модель управления энергосистемой в виде одноконтурной системы управления, которая позволяет количественно обосновывать объем инвестиций, необходимых для модернизации капитальных фондов с учетом эффективности использования ресурсов.

4. Предложены новые математические модели функционирования энергосистемы и методы их параметрической идентификации на основе результатов наблюдений, отличающиеся от известных использованием ковариационно-стационарных моделей временных рядов, учитывающих взаимосвязи реальных статистических данных и обладающих высокой точностью прогнозирования по сравнению с известными методами.

5. Разработана система поддержки принятия решений для повышения эффективности управления энергопроизводством, отличающаяся от известных применением в качестве имитационных новых ковариационно-стационарных моделей временных рядов, которая позволяет повысить достоверность различных прогнозных сценариев и разрабатывать математически обоснованные решения для управления деятельностью энергосистемы.

**Теоретическая значимость** работы заключается в разработке новых критериев эффективности функционирования энергосистемы на основе предельных траекторий поведения процессов в пространстве входных воздействий, а также математических моделей и алгоритмов численных методов оценивания

параметров этих моделей на основе результатов наблюдений и применении их для прогнозирования функционирования энергосистемы.

**Практическая значимость.** Разработанные в диссертационной работе методики системного оценивания энергоэффективности функционирования производств, новые математические модели функционирования энергосистемы, алгоритм работы системы поддержки принятия решений, системы управления процессами энергетических производств с имитационными моделями в контуре использованы в энергетических комплексах региона при анализе их производственно-хозяйственной деятельности, направленной на повышение эффективности их функционирования.

**Работа соответствует предметной области исследования научной специальности 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации, статистика (п. 3, 4, 6, 11).**

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Результаты системного анализа функционирования энергосистемы Самарской области, позволяющие выявить новые ранее не исследованные структурные взаимосвязи и закономерности.

2. Комплекс критериев эффективности функционирования энергосистемы на основе предельных траекторий поведения процессов в пространстве входных воздействий.

3. Аналитическая модель системы управления энергосистемой за счет формирования инвестиций в капитальные ресурсы для повышения эффективности производства энергии.

4. Новые математические модели функционирования энергосистемы на основе ковариационно-стационарных моделей временных рядов и методы их параметрической идентификации на основе статистических данных наблюдений, обладающие более высокой точностью прогнозирования по сравнению с известными методами.

5. Система поддержки принятия решений по управлению энергосистемой, направленной на повышение эффективности функционирования производств.

**Степень достоверности результатов исследований.** Достоверность и обоснованность полученных в диссертации научных положений, выводов и рекомендаций подтверждается корректным использованием методологии системного анализа и соответствующего математического аппарата: методов математического моделирования, линейного и нелинейного прикладного регрессионного анализа, теорий управления, пространств состояний, производственных функций, верификацией разработанных моделей путем ретроспективного сопоставления со статистическим материалом и использования разработанных критериев оценки качества моделей.

**Апробация работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на научно-исследовательских семинарах кафедры «Теплогазоснабжение и вентиляция» ФГБОУ ВО СамГТУ, XXIX Международной научной конференции «Математические Методы в Технике и Технологиях ММТТ–29» (г. Самара, 2016 г.), VIII Международной научно-технической конференции «Электроэнергетика глазами молодежи — 2017» (г. Самара, 2017 г.), XXIII Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика» (Москва, 2017 г.), III Международной научно-технической конференции Пром-Инжиниринг–2017 (ICIE–2017) (Санкт-Петербург, 2017 г.), VIII Международной научно-технической конференции «Электроэнергетика глазами молодежи» (г. Самара, 2017 г.), XII Всероссийской научно-практической конференции (с международным участием) «Системы автоматизации в образовании, науке и производстве. AS'2019» (Новокузнецк, 2019 г.), Международной научно-технической конференции «Энергетические системы» (Белгород, 2019 г., 2023 г., 2024 г.), Международной мульти дисциплинарной конференции о промышленном инжиниринге и современным технологиям «FarEastCon–2019» и «FarEastCon–2020» (Владивосток, 2019 г., 2020 г.), XXI Международной конференции «Проблемы управления и моделирования в сложных системах» (г. Самара, 2019 г.), XV Международной научно-технической конференции «Совершенствование энергетических систем и теплоэнергетических комплексов» (г. Саратов, 2019 г.), XIII, XV и XVI

Всероссийской научно-практической конференции «Математические модели современных экономических процессов, методы анализа и синтеза экономических механизмов» (г. Самара, 2020 г., 2023 г., 2024 г.), XIV Всероссийской научно-практической конференции «Проблемы экономики современных промышленных комплексов; Финансирование и кредитование в экономике России: методологические и практические аспекты» (г. Самара, 2021 г.), II Международном научно-практическом форуме по передовым достижениям в науке и технике SciTech 2022 (Барнаул, 2022 г.), XII Всероссийской научной конференции с международным участием «Математическое моделирование и краевые задачи» (г. Самара, 2024 г.).

**Публикации.** По теме диссертации опубликовано 16 печатных работ, в том числе 3 публикации в научных изданиях из перечня ВАК, 1 публикация в рецензируемых научных изданиях, индексируемых в МНБД, 4 публикации в других рецензируемых научных изданиях.

**Благодарности.** Автор выражает признательность научному руководителю доктору технических наук В.Е. Зотееву за ценные методологические указания, постановку исследовательских задач и научное руководство работой, кандидату технических наук А.А. Гавриловой за экспертные консультации и поддержку работы.

**Внедрение.** Практическая полезность полученных результатов подтверждается актами о применении результатов в АО «Самарагорэнергосбыт» и ПАО «Т Плюс». Научные результаты, полученные в данной работе, используются в учебном процессе на кафедрах «Теплогазоснабжение и вентиляция» и «Прикладная математика и информатика» СамГТУ.

**Личный вклад автора.** В работах [18, 21, 21, 23, 43, 44, 45, 86, 104, 109, 112, 120, 135, 140, 141], опубликованных в соавторстве, автору принадлежит участие в постановке задач, разработке алгоритмов и методик решения задач, программная реализация, анализ и систематизация результатов. Работы [99, 105] написаны единолично.

**Структура и объем работы.** Диссертационная работа включает в себя введение, 5 глав, заключение, список используемой литературы, приложения.

Текст диссертации изложен на 202 страницах машинописного текста, содержит 96 рисунков, 17 таблиц; 11 страниц занимают 4 приложения. Список литературы включает 143 наименования.

# 1 СИСТЕМНЫЕ ПОДХОДЫ К ИССЛЕДОВАНИЮ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОИЗВОДСТВ

В первой главе проводится комплексный аналитический обзор методологических подходов системного анализа для исследования деятельности сложных производственных систем, описываются существующие математические модели функционирования энергосистем и проводится их анализ, рассматриваются методы идентификации математических моделей, исследуются системные подходы анализа функционирования энергетических производств. Приведенные результаты отражены в публикациях автора [44, 45].

## 1.1 Методы системного анализа функционирования энергетических систем

При проведении системного анализа функционирования производственных предприятий необходимо исследовать внутренние закономерности функционирования производственно-экономических систем, взаимосвязи объектов исследования с внешней средой и другими объектами, провести оценку эффективности использования всех затрачиваемых ресурсов.

Методология системного анализа производственных объектов основывается на методах общей теории систем [36, 48, 85, 92]; теории управления [8, 80, 125]; математического моделирования [57, 119, 129]; теории идентификации [27, 96, 128]; прикладной математики [7, 38]; математической статистики [2, 10, 124]; математического программирования [6, 47]; теории оптимизации [28, 78, 88]; теории игр и др. [11, 76, 115, 126]. Фундаментальные основы методологии системных исследований сложных проблем энергетических систем были заложены академиком Л.А. Мелентьевым в рамках научной школы Сибирского энергетического института Сибирского отделения Академии наук СССР [78].

Современные производственно-экономические системы, как правило, функционируют в условиях информационной неопределённости, характеризующейся неполнотой данных как о внутренних параметрах системы, так и о характере её взаимодействия с внешней средой. Как отмечено в [25], системный

анализ энергетических систем представляет собой принципиально сложную задачу, отличающуюся большим числом неизвестных и множеством различных функциональных связей между ними, многомерностью пространства параметров и нелинейностью [35, 48, 82]. Характерной чертой задач системного анализа производств является неоднозначность решений и их экстремальность, оптимальность [85, 132].

Особую методологическую сложность при оптимизации деятельности производственно-экономических систем представляет необходимость учёта множества разнородных и зачастую противоречивых критериев оценки, включающих технологические показатели качества (надёжность, точность, долговечность), экономические показатели эффективности (рентабельность, себестоимость, производительность ресурсов), а также социальные, экологические и другие критерии) [70, 84].

Методологическая основа системных исследований производственных комплексов базируется на следующих фундаментальных принципах: принцип достаточности и достоверности используемой информации, принцип инвариантности информации, принцип преемственности моделей, принцип эффективной реализуемости. Дополнительно следует отметить наличие системы специализированных принципов (как общеметодологических, так и предметно-ориентированных), формирующих методологию системного анализа [25, 39, 49, 68].

В рамках комплексного исследования производственно-экономических систем наиболее методологически обоснованным подходом является построение математических моделей, обеспечивающих формализованное описание их функционирования. Современная наука выделяет различные классификации моделей, применяемых для системного анализа производственных объектов.

Академик Л.В. Канторович в своих работах предложил следующую типологию математических моделей деятельности производственных систем: балансовые модели [78, 127]; модели взаимодействия производственных объектов на основе теории игр; модели линейного программирования [47]; модели

математического программирования [53] (динамическое [6], нелинейное [126], целочисленное [122], и стохастическое программирование [4]).

Согласно современной методологии моделирования производственно-экономических систем [25, 33, 84, 89] можно выделить следующие ключевые типы моделей:

- функциональные модели, описывающие функции производственного объекта и взаимосвязи между процессами функционирования его отдельных элементов;
- процедурные модели, определяющие порядок (процедуру) воздействий на производственную систему для обеспечения требуемых условий протекания процессов;
- модели элементарных процессов, описывающие связи между внутренними и внешними характеристиками объекта;
- функционально-стоимостные модели, определяющие зависимости между экономическими показателями деятельности и производственно-технологическими целями управления объектом;
- балансовые модели, описывающие систему балансов производства и распределения продукции.

По методологическому подходу (с учетом неопределенности) модели классифицируются на детерминированные (не учитывающие случайные факторы факторы) и стохастические модели (учитывающие наличие элемента неопределенности) [4, 121].

По структурно-функциональному признаку выделяются структурные модели и модели функционирования [55, 71].

Структурные модели отображают связи между объектом в целом, его элементами и внешней средой. Они подразделяются на следующие виды [25, 93]:

- базовую модель, описывающей макроуровневое воздействие системы с внешней средой с помощью агрегированных переменных через входные и выходные параметры;

- модель внутренней структуры, определяющую компонентный состав элементов системы и топологию внутренних связей между ними;
- модель иерархической структуры, в которой объект декомпозирован в виде многоуровневой соподчинённой системы.

Среди моделей функционирования выделяются следующие [25]:

- модель жизненного цикла системы, описывающая процессы, этапы и стадии существования системы;
- модели операций, описывающие взаимосвязанную совокупность процессов функционирования элементов объекта при реализации тех или иных его функций;
- информационные модели, отображающие взаимосвязи между источником и потребителем информации, виды информации, характер ее преобразования, а также временные и количественные характеристики данных;
- процедурные модели, описывающие порядок взаимодействия элементов исследуемого объекта при выполнении различных операций;
- временные модели, описывающие процедуру функционирования объекта во времени распределения ресурса «время» по отдельным компонентам объекта.

При анализе эффективности деятельности производственно-экономических систем различного масштаба применяют агрегированные модели, которые абстрагируются от физико-технологических деталей, фокусируясь на системных взаимосвязях, что позволяет проводить сравнительный анализ, стратегическое планирование и оценку инвестиционной привлекательности на макроуровне [113]. В качестве выходного параметра таких моделей используются ключевые показатели деятельности производственной системы: объем выпуска продукции, затраты основных ресурсов (капитальных, трудовых и т.д.) и эффективность использования оборудования.

Ключевыми целями применения математического моделирования в исследовании производственно-экономических систем являются [25, 49]:

1. Анализ чувствительности — определение ключевых факторов, оказывающих наибольшее влияние на производственные процессы.

2. Выявление функциональных зависимостей — установление количественных связей между входными параметрами и выходными характеристиками системы.

3. Прогнозное моделирование — моделирование будущих состояний объекта при некоторых предполагаемых предпосылках о сочетании внутренних и внешних факторов.

4. Оценка качества — проверка соответствия функционирования производственной системы требуемым критериям и показателям качества.

5. Сравнение — сопоставление альтернативных вариантов поведения производственной системы или сопоставление эффективности различных производственных объектов по выбранным критериям сравнения.

6. Оптимизация — поиск управленческих решений и параметров системы, обеспечивающих экстремальное (максимальное или минимальное) значение целевой функции деятельности.

## **1.2 Модельный анализ эффективности функционирования производственно-экономических систем**

### **1.2.1 Математическое моделирование, регрессионный анализ, идентификация и оценка качества моделей**

Математическое моделирование представляет собой методологически обоснованный и эффективный инструмент для исследования сложных производственных систем. В контексте построения и параметрической идентификации математических моделей таких систем широко используются методы регрессионного анализа. особую значимость приобретают методы регрессионного анализа [9, 13, 46, 67, 72, 83, 130, 131, 133, 134, 139] и другие.

Такие модели представляют собой определенные математические соотношения между выходной характеристикой наблюдаемого явления  $y$  и обуславливающими его входными характеристиками  $x_1, x_2, \dots, x_r$ .

Уравнение регрессионной модели может быть представлено в виде:

$$y(x_1, x_2, \dots, x_r) = \eta(x_1, x_2, \dots, x_r) + \varepsilon, \quad (1.1)$$

где  $\varepsilon$  - случайное возмущение.

Существует большое число различных регрессионных моделей, определяемых конкретным видом функции  $\eta(x_1, x_2, \dots, x_r)$ , содержащих некоторые параметры  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ , определяемые по данным эксперимента.

В зависимости от того, как эти параметры входят в уравнение регрессии, модели делятся на линейные и нелинейные по параметрам.

Линейная регрессионная модель имеет вид:

$$y_k = \sum_{i=1}^n \beta_i f_{ki} + \varepsilon_k, \quad (1.2)$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots, N$  - номер наблюдения.

В классическом регрессионном анализе делают следующие основные предположения [13, 67].

1. Величина  $\varepsilon_k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ , есть случайная величина.
2. Математическое ожидание величины  $\varepsilon_k$  равно нулю:

$$M[\varepsilon_k] = 0, \quad k = 1, 2, \dots, N.$$

3. Случайные величины  $\varepsilon_k$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, N$ , не коррелированы и имеют одинаковые дисперсии  $\sigma_\varepsilon^2$  (условие гомоскедастичности или однородности), то есть

$$\text{cov}[\varepsilon_k, \varepsilon_l] = 0 \text{ при } k \neq l, \quad k, l = 1, 2, \dots, N, \quad (1.3)$$

$$\sigma^2[\varepsilon_k] = \text{cov}[\varepsilon_k, \varepsilon_k] = \sigma_\varepsilon^2 \text{ при } k = 1, 2, \dots, N. \quad (1.4)$$

4. Случайная величина  $\varepsilon_k$  есть нормально распределенная случайная величина  $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .

5. Вводится матрица регрессоров  $F$  размерностью  $N \times n$ :

$$F = \begin{bmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & \cdots & f_{1n} \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & \cdots & f_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ f_{N1} & f_{N2} & f_{N3} & \cdots & f_{Nn} \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

В каждой строке  $F$  записаны значения функции  $f_{ki}$  ( $i$ -того регрессора) для модели (1.2) при данном наблюдении  $y_k$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$  (в  $k$ -ой точке эксперимента). Функции  $f_{ki}$  предполагаются известными и их значения легко вычисляются.

Матрица  $F$  не случайна.

6. На значения коэффициентов  $\beta_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ , в модели (1.2) не налагается никаких ограничений.

7. Ранг матрицы  $F$  равен числу коэффициентов в модели  $n$ , т.е.  $\text{rang} F = n$ .

Нарушение данных предпосылок может привести к неточным оценкам коэффициентов регрессии, неверным прогнозным значениям и доверительным интервалам и некорректным выводам о значимости модели.

Так как результаты наблюдений есть случайные величины, то получить «истинные» значения коэффициентов  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$  из модели  $y_k = \sum_{i=1}^n \beta_i f_{ki} + \varepsilon_k$ ,  $k = \overline{1, N}$ , нельзя. Вместо этого получают оценки  $b_1, b_2, \dots, b_n$  этих коэффициентов. При этих оценках модель (1.2) принимает вид

$$\hat{y}_k = \sum_{i=1}^n b_i f_{ki}, \quad k = \overline{1, N}. \quad (1.6)$$

Величина  $\hat{y}_k$  называется предсказанным значением отклика [12] и служит оценкой «истинного» значения дискретной функции  $\eta_k = \sum_{i=1}^n \beta_i f_{ki}$ . Разности  $e_k = y_k - \hat{y}_k$ ,  $k = \overline{1, N}$ , называются остатками.

В векторной форме формулы (1.2) и (1.6) принимают вид:

$$y = \eta + \varepsilon = F\beta + \varepsilon. \quad \hat{y} = Fb, \quad e = y - \hat{y} = F(\beta - b) + \varepsilon,$$

где  $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$ ,  $\hat{y} = (\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N)^T$ ,  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)^T$ ,  $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)^T$ .

Современная методология параметрической идентификации регрессионных моделей располагает обширным арсеналом статистических методов: метод наименьших квадратов (МНК), метод максимального правдоподобия, градиентные методы оптимизации, метод регуляризации, байесовский метод оценивания и др. [16, 30, 31, 40, 57, 58, 115, 116, 128]. Выбор метода должен быть основан на конкретных требованиях к модели и задачам анализа. Для линейных моделей с нормальным распределением ошибок в регрессионном анализе для получения оценок коэффициентов модели (1.2) широко распространенным методом из них является МНК. Анализ свойств метода наименьших квадратов и его модификаций описаны в работах Линника Ю.В. [69], Демиденко Е.З. [32], Кремера Н.Ш. [13, 67], Дрейпера Н. и Смита Г. [35], Дж. Себера [114] и др. К достоинствам метода наименьших квадратов можно отнести вычислительную простоту реализации и отсутствие необходимости знания вероятностных характеристик параметров исходных данных [41, 60, 71, 80, 94, 117], так как необходимо только задать определённую структуру идентифицируемой модели [96]. Недостатком метода считается чувствительность оценок МНК к редким выбросам экспериментальных данных [24]. Во избежание указанных негативных явлений необходимо проводить предварительную обработку исходной статистики [16].

МНК основан на минимизации суммы квадратов отклонений

$$Q = \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2 \Rightarrow \min \text{ или в векторной форме:}$$

$$Q = e^T e = (y - \hat{y})^T (y - \hat{y}) \rightarrow \min. \quad (1.7)$$

Если уравнение (1.7) продифференцировать по параметрам и приравнять полученные выражения нулю, получим систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая называется системой нормальных уравнений:

$$F^T F b = F^T y, \quad (1.8)$$

При условии выполнения 1–7 предпосылок регрессионного анализа из (1.8) следует:

$$b = (F^T F)^{-1} F^T y \quad (1.9)$$

Согласно теореме Гаусса-Маркова, при выполнении предпосылок 1–7 оценки, полученные с помощью МНК, являются наилучшими в классе линейных несмещенных оценок [67, 69].

Однако при математическом моделировании могут возникать случаи, при которых предпосылки МНК нарушаются, например, при условии гетероскедастичности (дисперсия остатков не постоянна), наличии автокорреляции остатков, нелинейной зависимости между переменными. В этих случаях возникает необходимость использования обобщенного метода наименьших квадратов (ОМНК), позволяющего получать более точные оценки параметров модели, однако его применение усложняет процесс анализа [32, 131].

В случае, если между входными и выходными переменными существует нелинейная зависимость, то уравнение регрессии будет иметь вид:

$$y_k = \eta(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{rk}; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, N}, \quad (1.10)$$

в которой «истинные» значения зависимой переменной  $\eta(x_1, x_2, \dots, x_r)$  описываются нелинейной функциональной зависимостью от  $n$  параметров  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ . В уравнении (1.10)  $y_k$  — зависимая переменная,  $x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{rk}$  — независимые переменные (факторы), соответствующие номеру наблюдения  $k = \overline{1, N}$ ,  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)^T$  — вектор неизвестных параметров, подлежащих оценке на основе результатов наблюдений,  $\varepsilon_k$  — случайное возмущение. Для уравнения (1.10) предполагается, что относительно  $\varepsilon_k$  выполняются условия теоремы Гаусса-Маркова [32, 35, 114].

Тогда уравнение (1.10) примет вид

$$y_k = f_k(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, N}, \quad (1.11)$$

где  $f_k(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n) = \eta(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{rk}; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ , или в векторной форме:

$$y = f(\beta) + \varepsilon, \quad y \in R^N, \quad \varepsilon \in R^N, \quad \beta \in R^n. \quad (1.12)$$

Принцип минимизации суммы квадратов отклонений (1.7), используемый в линейной регрессии (1.2), можно обобщить и на нелинейную регрессию (1.11):

$$Q = e^T e = \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2 = (y - \hat{y})^T (y - \hat{y}) \rightarrow \min, \quad (1.13)$$

где  $\hat{y}_k = f_k(b_1, b_2, \dots, b_n)$ ,  $b_i = \hat{\beta}_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ , — оценки параметров модели (1.11).

Следует отметить, что в отличие от линейной регрессии (1.2), где минимум  $Q$  находится достаточно просто из решения системы линейных алгебраических (нормальных) уравнений

$$\frac{\partial Q(b)}{\partial b} = \bar{0}, \quad (1.14)$$

для нелинейной регрессии (1.11) задачу минимизации  $Q(b) \rightarrow \min$  иногда бывает проще решить известными методами поиска минимума функции нескольких переменных, чем посредством решения системы нормальных уравнений (1.14).

Кроме того, оценка МНК для нелинейной регрессии может как вообще не существовать, так и может существовать несколько минимумов суммы квадратов отклонений [32]. Методы нелинейной регрессии, как правило, предполагают использование итерационных процедур уточнения среднеквадратичных оценок параметров модели. При этом одной из важнейших проблем является выбор начального приближения вектора  $b^{(0)}$  оценок.

Из (1.13) имеем  $Q(b) = [y - f(b)]^T [y - f(b)]$ . Отсюда получаем:

$$\frac{\partial Q}{\partial b_i} = -2[y - f(b)]^T \frac{\partial f_k}{\partial b_i} = -2 \left( \frac{\partial f_k}{\partial b_i} \right)^T [y - f(b)], \quad i = \overline{1, n}. \quad (1.15)$$

С учетом определения вектора градиента функции  $Q(b)$ :

$$\text{grad}Q(b) = \left( \frac{\partial Q}{\partial b_1}, \frac{\partial Q}{\partial b_2}, \dots, \frac{\partial Q}{\partial b_n} \right)^T, \quad (1.16)$$

равенство (1.15) в матричной форме имеет вид:

$$\text{grad}Q(b) = \frac{\partial Q(b)}{\partial \lambda} = -2W(b)^T [y - f(b)], \quad (1.17)$$

где  $W(b)$  — матрица Якоби размера  $[N \times n]$ :

$$W(b) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial b_1} & \frac{\partial f_1}{\partial b_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial b_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial b_1} & \frac{\partial f_2}{\partial b_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial b_n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_N}{\partial b_1} & \frac{\partial f_N}{\partial b_2} & \dots & \frac{\partial f_N}{\partial b_n} \end{bmatrix}, \quad (1.18)$$

элементы которой  $w_{k,j} = \frac{\partial f_k}{\partial b_j}$  — значения производных функции  $f(b)$  по переменным  $b_j$ ,  $j = \overline{1, n}$ , вычисленные в точках  $(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{rk})$ ,  $k = \overline{1, N}$ .

Для решения задачи нелинейного оценивания применяют следующие основные численные методы: методы поиска минимума функции нескольких переменных, численные методы решения системы нелинейных уравнений, методы на основе параметрической линеаризации нелинейной функциональной зависимости:

При построении математической моделей важным этапом является проведение статистического анализа регрессионной модели, который включает в себя: проверку адекватности модели результатам эксперимента; построение доверительных интервалов и областей для оценок коэффициентов регрессии и предсказанного значения отклика; проверку гипотез о значимости регрессионных коэффициентов; вычисление и проверка значимости коэффициента множественной корреляции; анализ остатков.

В качестве показателей оценки качества регрессионных моделей используют, как правило, используют следующие критерии: коэффициенту детерминации  $R^2$ ,  $t$  – статистика Стьюдента,  $F$  – критерий Фишера и т.д. [15, 39, 50].

Основным показателем, характеризующим объясняющую способность регрессионной модели, выступает коэффициент детерминации  $R^2$ . Данный

показатель представляет собой квадрат коэффициента множественной корреляции и вычисляется следующим образом [39, 69]:

$$R^2 = 1 - \frac{Q_{ост}}{Q} = \frac{Q_R}{Q} = \frac{\sum_{k=1}^N (\hat{y}_k - \bar{y})^2}{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2}, \quad N > n. \quad (1.19)$$

где  $Q_{ост} = \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2$ .

Коэффициент детерминации  $R^2$  количественно характеризует превосходство регрессионной модели над простейшим прогнозом по среднему значению отклика  $\bar{y}$ . Данный показатель отражает долю дисперсии выходной переменной, объясненной с помощью данной регрессионной модели. Значения критерия детерминации, близкие к 1, указывают на высокое качество аппроксимации. Однако данный критерий не отражает причинно-следственных связей, чувствителен к числу регрессоров, поэтому для комплексной оценки качества построенной математической модели необходимо проводить анализ остатков и проверку выполнения условий теоремы Гаусса-Маркова.

Статистическая верификация значимости коэффициента детерминации осуществляется посредством определения  $F$ -критерия Фишера, который формально проверяет нулевую гипотезу о равенстве нулю всех коэффициентов регрессии (кроме постоянного члена) [69]:

$$F = \frac{R^2(N-n)}{(1-R^2)(n-1)} \quad (1.20)$$

Для распределения Фишера существуют таблицы критических значений для различных уровней значимости  $\alpha$  с учетом степеней свободы  $\nu_R = n-1$  и  $\nu_{ост} = N-n$ . Для проверки нулевой гипотезы по таблицам определяется критическое значение  $F_{кр}$  и нулевая гипотеза отвергается, если  $F > F_{кр}$  [15, 25].

Для оценки статистической значимости отдельных коэффициентов регрессионного уравнения используется  $t$ -критерий Стьюдента. Для этого

проводится проверка нулевой гипотезы для регрессионных коэффициентов. Для проверки гипотезы используется статистика:

$$t_i = \frac{|b_i|}{s[b_i]} = \frac{|b_i|}{s\sqrt{c_{ii}}}, \quad (1.21)$$

где  $c_{ii}$  – диагональный элемент матрицы  $C = (F^T F)^{-1}$ ,

Полученное значение сравнивается с критическим значением  $t_{kp} = t(\alpha, \nu)$  из таблицы распределения Стьюдента для заданного уровня значимости и числа степеней свободы. Если расчетное значение по модулю превышает критическое, нулевая гипотеза о незначимости коэффициента отвергается. Для построения доверительных интервалов прогнозируемых значений используется стандартная ошибка прогноза и соответствующее критическое значение  $t$ -распределения, что позволяет учесть неопределенность оценок. Интервал расширяется по мере удаления от центра данных и сужается при увеличении объема выборки. Все процедуры предполагают выполнение стандартных предпосылок метода наименьших квадратов [15, 39].

**Доверительный интервал для предсказанного значения отклика.** В классическом регрессионном анализе предсказанное значение отклика  $\hat{y}(x)$  имеет нормальное распределение. Поэтому отношение  $t = \frac{|\hat{y}(x) - \eta(x)|}{s[\hat{y}(x)]}$  имеет распределение Стьюдента.

Оценку среднего квадратического отклонения  $s[\hat{y}(x)]$  можно получить по формуле  $s^2[\hat{y}(x)] = f_x^T (F^T F)^{-1} f_x s^2$ , где  $s^2$  оценка дисперсии случайного возмущения  $\sigma_\varepsilon^2$ . Тогда с доверительной вероятностью  $1 - \alpha$  истинное значение отклика находится в границах

$$\hat{y}(x) - t_T s \sqrt{f_x^T (F^T F)^{-1} f_x} \leq \eta(x) \leq \hat{y}(x) + t_T s \sqrt{f_x^T (F^T F)^{-1} f_x}, \quad (1.22)$$

где  $t_T = t(\alpha, \nu)$  — табличное значение распределения Стьюдента при уровне значимости  $\alpha$  и числе степеней свободы  $\nu$  [25].

Для проверки гипотезы об отсутствии автокорреляции остатков  $\varepsilon_k$  первого порядка применяется критерий Дарбина-Уотсона [25, 39]:

$$DW = \frac{\sum_{k=2}^N (e_k - e_{k-1})^2}{\sum_{k=1}^N e_k^2}. \quad (1.23)$$

Статистическая процедура предполагает расчет критерия  $DW$  (1.23) с последующим его сопоставлением с критическими значениями. По табличным данным, определяемым для заданного уровня значимости, объема выборки и количества регрессоров, определяются доверительные интервалы, позволяющие сделать выводы о принятии нулевой гипотезы, ее отвержении или попадании в зону неопределенности. Метод обеспечивает строгую статистическую проверку выполнения предпосылки о некоррелированности случайных возмущений в классической регрессионной модели.

Статистический критерий Дарбина-Уотсона ( $DW$ ) опирается на два критических значения: нижнее  $d_1$  (граница для признания положительной автокорреляции остатков), и верхнее  $d_2$  (граница признания её отсутствия). При проверке гипотезы об отрицательной автокорреляции остатков эти критические значения отражаются симметрично относительно числа 2 [16, 25, 39, 138].

Если значение статистики  $DW$  принадлежит интервалу  $(0; d_1)$ , то имеет место положительная автокорреляция остатков. Если значение  $DW$  находится в интервале  $(4 - d_1; 4)$ , то существует статистически значимая отрицательная автокорреляция остатков (редкий случай).

Если статистика Дарбина-Уотсона близка к двум, то есть принадлежит интервалу  $(d_2; 4 - d_2)$ , то отклонения от регрессии считают случайными и автокорреляция остатков отсутствует. Таким образом, доказывается, что линейная функция с высокой вероятностью отражает реальную взаимосвязь исследуемых

величин. При этом, скорее всего, не осталось существенных неучтенных факторов, достаточно влияющих на выходную переменную, и какая-либо другая нелинейная формула не превосходит по статистическим характеристикам базовую линейную [16, 25, 39, 138].

### **1.2.2 Производственные функции как математические модели функционирования производственно-экономических систем**

Производственно-экономические системы осуществляют трансформацию входных ресурсов (факторов производства) в выходные продукты (результаты производственной деятельности). Для формализованного описания производственно-экономических систем необходимо объединение факторов производств по определенным признакам. Степень агрегирования зависит от уровня детализации описания деятельности производственных систем [66, 93].

В качестве исследовательского аппарата производственно-экономических систем широкое распространение получили математические модели в виде производственных функций (ПФ), используемые для достаточно крупных производственных объектов — предприятий, отраслей, региональных и национальных экономик [39, 56, 58, 63, 115]. ПФ — это модели типа «черного ящика», связывающие результат деятельности с объемом затрачиваемых ресурсов [16, 48, 49]:

$$F(Y, X, A) = 0. \quad (1.24)$$

В соотношении (1.24):

$X = (x_1, \dots, x_i, \dots, x_n)$  — вектор-матрица входных ресурсов;

$Y = (y_1, \dots, y_j, \dots, y_m)$  — вектор-матрица выходных величин;

$A = \{a_1, \dots, a_k, \dots, a_p\}$  — вектор параметров ПФ;

$F$  — оператор, описывающий базовые свойства и закономерности исследуемой производственно-экономической системы.

Разрешив выражение (1.24) относительно  $Y$ , получим в явной форме [48, 123]:

$$Y = f(X, A). \quad (1.25)$$

где  $f$  — производственная функция, описывающая зависимость выходной величины от входных ресурсов.

Формализованные описания производственных функций должны удовлетворять следующим требованиям [48, 123]:

1. Производственный процесс невозможен в случае отсутствия хотя бы одного ресурса  $x_i$ , то есть при  $\forall x_i = 0$ :

$$f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = 0 \quad (1.26)$$

2. Для экономически целесообразной производственной деятельности увеличение затрат входных ресурсов приводит к росту или не уменьшению выпуска продукции:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \geq 0, i = 1, \dots, n. \quad (1.27)$$

3. В случае увеличения использования лишь одного производственного ресурса, при постоянном количестве других, снижается или остаётся постоянной эффективность его применения:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \geq 0, i = 1, \dots, n. \quad (1.28)$$

4. Пропорциональный совместный рост используемых ресурсов приводит к увеличению выпуска продукции [77]:

$$f(\lambda x_i) > f(x_i) \text{ при } \lambda > 0 \text{ и } i. \quad (1.29)$$

Соотношение (1.29) характеризует наличие интегрального эффекта от расширения масштаба производства.

На основе производственных функций определяются конструктивные показатели эффективности функционирования реальных производств. Наиболее широко распространёнными являются [49]:

- Средняя производительность  $i$  – го ресурса — отношение общего объема выпуска продукции к затратам  $i$  – го ресурса

$$S_i^0 = \frac{f(X)}{x_i} \quad (1.30)$$

- Предельная производительность  $i$  – го ресурса — дополнительный объем выпуска  $\Delta y$ , полученный в результате увеличения затрат  $i$  – го ресурса  $\Delta x_i$  при  $\Delta x_i \rightarrow 0$  и постоянных значениях других ресурсов:

$$r_i = \frac{\partial f(x)}{\partial x_i} \quad (1.31)$$

- Эластичность выпуска по  $i$ –му ресурсу [77, 117]:

$$E_i(x) = \left[ \frac{\frac{\partial f(X)}{\partial x_i}}{\frac{f(X)}{x_i}} \right] = \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{f(X)} = \frac{\partial \text{Ln} f(X)}{\partial \text{Ln} x_i} \quad (1.32)$$

Количественно, величина  $E_i(x)$  показывает на сколько процентов изменяется выпуск продукции при изменении  $i$  – го ресурса на один процент. Эластичность выпуска  $E_i(x)$  можно также трактовать как отношение предельной производительности (1.29) к средней (1.28) и как произведение предельной производительности на средние затраты ресурса.

Эластичность выпуска по масштабу производства:

$$e(x) = \lim_{\lambda \rightarrow 1} \frac{\lambda}{f(\lambda X)} \cdot \frac{df(\lambda X)}{d\lambda} = \lim_{\lambda \rightarrow 1} \frac{d \text{Ln} f(\lambda X)}{d \text{Ln} \lambda} \quad (1.33)$$

Величина  $e(x)$  характеризует интегральную экономическую эффективность производственного процесса и определяет относительное увеличение выпуска продукции  $y$  при расширении масштаба производственной деятельности. Количественно эластичность  $e(x)$  показывает, на сколько процентов увеличится выпуск продукции при возрастании масштаба деятельности на один процент [48].

Вид ПФ для исследования производственно-экономической системы в каждом конкретном случае определяется на основе качественного анализа её исходных статистических данных функционирования, экономических и

технологических характеристик. Важным этапом при моделировании производственных систем является выбор входных и выходных параметров.

Существует три основных вида производственных функций:

- Линейная;

$$y = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i. \quad (1.34)$$

- Мультипликативно-степенная

$$y = A \prod_{i=1}^n x_i^{a_i}. \quad (1.35)$$

- Производственная функция с фиксированными пропорциями (также называемая производственной функцией Леонтьева)

$$y = A \min_{i=1,2,\dots,n} \left\{ \frac{x_i}{a_i} \right\}. \quad (1.36)$$

В известных подходах к математическому моделированию функционирования энергетических систем в качестве исследовательского аппарата широкое распространение получили мультипликативно-степенные модели в виде производственных функций (1.35) [39, 48, 56, 123]. В частности, в работах [14, 27, 42, 81, 107, 110, 142], посвященных синтезу математических моделей региональной энергосистемы как многомерных производственных функций, используется нелинейная трехфакторная степенная зависимость вида

$$Y_s(t) = AK(t)^\alpha L(t)^\beta B(t)^\gamma, \quad (1.37)$$

где  $Y_s(t)$  — выпуск электрической и тепловой энергии;  $K(t)$ ,  $L(t)$  и  $B(t)$  — капитальные, трудовые и топливные ресурсы, соответственно.

Оценка параметров этой зависимости, прогноз и вычисление доверительных интервалов для результатов расчета в этих работах проводились на основе среднеквадратического оценивания коэффициентов линейной регрессионной модели

$$\ln y_k = \ln A + \alpha \ln x_{1k} + \beta \ln x_{2k} + \gamma \ln x_{3k} + \eta_k, \quad \|\hat{\eta}\|^2 = \sum_{k=0}^{31} \hat{\eta}_k^2 \rightarrow \min, \quad (1.38)$$

аппроксимирующей нелинейную зависимость (1.37), где  $y_k$  — статистические данные по выпуску энергии;  $x_{1k}, x_{2k}$  и  $x_{3k}$  — статистические данные по динамике капитальных, трудовых и топливных ресурсов.

Однако, можно выделить некоторые недостатки используемых в данных работах методах математического моделирования:

1. Недостаточно обоснован выбор вида и формы математической модели — линейной регрессионной трехфакторной модели (1.38), построенной на основе аппроксимации мультипликативно-степенной производственной функции (1.37).

Применение методов прикладного регрессионного анализа в задаче оценки параметров мультипликативно-степенной производственной функции (1.37) основано на минимизации среднеквадратичного отклонения результатов вычислений по модели  $\hat{y}_k$  от результатов наблюдений  $y_k$  в точках  $t_k, k = 0, 1, 2, \dots, 31$ , [12, 32, 42, 107]:

$$\sum_{k=0}^{31} (y_k - \hat{y}_k)^2 = \|y - \hat{y}\|^2 = \|e\|^2 \rightarrow \min \quad (1.39)$$

Использование линейной аппроксимации на основе логарифмирования трех факторной степенной зависимости (1.37) в регрессии (1.38) и критерий среднеквадратичного оценивания  $\|\hat{\eta}\|^2 = \sum_{k=0}^{31} \hat{\eta}_k^2 \rightarrow \min$  вносят смещение в оценки параметров  $\alpha, \beta$  и  $\gamma$ , величина которого может оказаться недопустимо большой.

2. Поскольку статистические данные, на основе которых строится математическая модель динамики выпуска продукции энергосистемы, представляют собой временной ряд наблюдений  $y_k, k = 0, 1, 2, \dots, N$ , целесообразно для описания функционирования энергосистемы выбирать модель из класса ковариационно-стационарных моделей временных рядов в форме стохастических разностных уравнений [3, 9, 61, 62, 87].

3. В работах [27, 52, 64, 81, 107, 110, 142] отсутствуют в необходимом объеме элементы статистического анализа результатов построения математической модели (1.37), а также выводы, сделанные на их основе, в частности анализ

остатков и выявление в них корреляции, определение интервальных оценок прогноза и параметров модели, определяющих точность расчетов основных показателей эффективности функционирования энергосистемы. Отсутствие проверки значимости параметров модели на основе статистического анализа результатов расчета может привести к снижению эффективности среднеквадратичных оценок, завышению доверительных интервалов, а также исключает возможность упрощения модели, сделав её более надежной и устойчивой.

4. В работах [27, 52, 64, 81, 107, 110] не исследовалась проблема мультиколлинеарности в регрессионном анализе [12, 32], что может привести к неустойчивости среднеквадратичных оценок, увеличению их дисперсий и, как следствие, к резкому снижению точности результатов расчета параметров модели и точности предсказания по модели.

Таким образом, завершая анализ известного математического описания функционирования региональной энергосистемы, можно сделать два основных вывода. Во-первых, известная математическая модель в форме мультипликативно-степенной трехфакторной регрессии не учитывает в полной мере стохастический характер временного ряда статистических данных.

Во-вторых, при математическом моделировании эффективности функционирования энергосистемы отсутствует полнота статистического анализа результатов расчета и полезных практических выводов на его основе [135].

### **1.3 Системный анализ функционирования энергетических производств**

При проведении системного анализа функционирования энергосистем необходимо учитывать специфику их деятельности — технологии производства, используемые ресурсы, системы управления, внешнюю среду и внутренние взаимосвязи [15, 68, 75, 77].

Современные энергетические системы представляют собой сложные производственно-экономические объекты, характеризующиеся многоуровневой структурой, высокой степенью взаимосвязанности элементов и динамическим

характером развития. На их деятельность оказывают влияние различные детерминированные и стохастические факторы. Вследствие указанной сложности разработка универсальных математических моделей, адекватно описывающих функционирование крупных энергетических систем в полном объеме, представляет собой принципиально неразрешимую задачу [5, 15, 76, 84, 96, 127].

Как отмечено в [24, 25], в настоящее время в области исследования энергопроизводств актуальным направлением является совершенствование математических моделей и методов, которые учитывали бы свойства развивающихся систем энергетики и энергетических технологий, а также внешние условия, и основывались на современных информационных технологиях. Необходимо также расширение комплексных исследований энергетической политики России и учет множества противоречивых внутренних и внешних факторов.

Наиболее перспективным направлением исследования сложных энергосистем выступает разработка декомпозиционных математических моделей по иерархическим и временным уровням реальных энергосистем [25]. При этом декомпозиция возможна в нескольких вариантах: 1) моделирование, с разделением по территориальным или функциональным связям; такие модели конструируются для решения задач оптимального управления различными видами энергосистем на одном временном уровне; 2) моделирование, оптимизирующее системы одного иерархического уровня, но разных временных уровней (долгосрочного, среднесрочного и оперативного управления ресурсами и технологическими режимами).

Совокупность моделей связывается сопоставимыми и согласованными между собой потоками информации. Концепция совокупной системы моделей взаимосопоставима с единым алгоритмом построения моделей. При этом окончательные решения принимаются человеком с использованием формализованных результатов модельных расчётов [25].

Основными классами моделей, используемых для системного анализа энергопроизводств, являются оптимизационные модели (модели линейного,

нелинейного и динамического программирования) и балансовые модели (на основе ресурсных, энергетических, финансовых балансов).

Математическое моделирование занимает центральное место в процессе планирования деятельности энергосистем, однако существующие методики (в соответствии с заявками ТЭС) демонстрируют существенные ограничения. Основные методологические проблемы современных подходов заключаются в отсутствии комплексного учета системных взаимосвязей при управлении энергокомплексом как единым объектом, что снижает эффективность принимаемых решений; ограниченность рассматриваемых альтернатив, приводящая к снижению адаптивности планировочных решений, уменьшению устойчивости результатов к изменению исходных параметров, потере гибкости управленческих процедур.

Системный подход к планированию энергосистем предполагает первоочередное прогнозирование суммарного потребления электрической и тепловой энергии, а также электрической мощности. Данные прогнозные оценки служат фундаментом для решения задач оптимизации энергопроизводства, позволяя определять оптимальные варианты загрузки генерирующих мощностей, минимизировать производственные затраты, а также рационально распределять нагрузку между тепловыми электростанциями (ТЭС) и федеральным оптовым рынком электрической мощности (ФОРЭМ). Кроме того, системная оптимизация способствует снижению затрат на собственные нужды и уменьшению потерь в сетях.

Прогнозные модели также обеспечивают решение ряда ключевых задач, включая выявление основных тенденций развития энергопроизводств, определение допустимых диапазонов параметров производственного плана и оценку корреляционных зависимостей между ними.

Современная научная практика располагает значительным разнообразием моделей прогнозирования энергопотребления и мощности, основанных на различных методологических подходах [1, 5, 37] и конструктивных, эффективных алгоритмах прогнозирования [25, 73, 75, 77].

#### 1.4 Выводы по первой главе

В результате проведенного аналитического обзора в первой главе были получены следующие выводы:

1. Системный анализ функционирования производственно-экономических систем требует комплексного учета множества взаимосвязанных факторов, определяющих протекание внутрисистемных процессов. Это обуславливает необходимость разработки системных математических моделей, адекватно описывающих многоплановое функционирование энергетических производств.

2. Современный научный инструментарий располагает значительным арсеналом математических моделей производственных объектов, а также разработанными методическими подходами к их конструированию и системному анализу, что позволяет эффективно описывать сложные производственные системы.

3. Производственные функции как класс математических моделей получили широкое распространение для анализа производственной деятельности энергообъектов. Показано, что в зависимости от степени адекватности и полноты описания анализируемых систем существует большое число различных производственных функций, проанализированы их преимущества и недостатки.

4. При проведении системного анализа в целях конструктивного использования математических моделей, описывающих поведение энергопроизводств, необходимо проведение идентификации параметров моделей основе статистических показателей функционирования энергосистем. Показано, что существует большое количество методик и алгоритмов структурной и параметрической идентификации, тем не менее необходима их модификация в соответствии с современными подходами регрессионного анализа.

5. В энергетической отрасли существует значительный массив специализированных математических моделей, учитывающих отраслевую специфику, тем не менее требуется их модификация для повышения эффективности процедур идентификации параметров. Их применение позволяет

проводить комплексный анализ эффективности энергопредприятий, разрабатывать научно-обоснованные прогнозы их деятельности и оптимизировать управленческие решения.

В соответствии с выполненным аналитическим обзором сформулирована основная цель диссертационной работы и задачи, приведенные выше на страницах 5 и 6.

## **2 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ**

Для проведения исследования деятельности региональной энергосистемы и оценки эффективности ее деятельности возникает необходимость в использовании системных подходов для оценки эффективности ее функционирования, в частности, в проведении структурного анализа энергосистемы, исследовании динамики выпуска продукции энергосистемой и объемов затрачиваемых основных ресурсов, а также анализе показателей эффективности деятельности энергосистемы в виде текущих производительностей ресурсов.

В дальнейших расчетах из-за отсутствия возможности разглашения конфиденциальных данных энергокомпаний, все статистические данные функционирования энергосистемы (динамика производства тепловой, электрической и суммарной энергии и затраты капитальных, трудовых и топливных ресурсов) приводятся в относительных безразмерных величинах, приведенных к значениям соответствующих величин в 1990 г.

Приведенные результаты отражены в работах автора [21, 22, 23, 104, 109, 135, 141].

### **2.1 Анализ структуры энергосистемы Самарской области**

Самарская область представляет собой крупный промышленно-развитый регион. Основой экономики области являются высокотехнологичные обрабатывающие производства: автомобилестроение, производство авиационной и космической техники, химия, металлургия [91]. Валовый региональный продукт Самарской области составляет около 2% от общего объема ВРП всех субъектов РФ. Основой для экономического развития любого региона и обеспечения его основных потребностей является энергетическая отрасль.

Энергосистема Самарской области является крупнейшей в регионе Среднего Поволжья. Основной задачей энергосистемы является стабильная и бесперебойная выработка и снабжение потребителей тепловой и электрической энергией. Доля

топливно-энергетического комплекса в областном производстве за 2021 год составила 8,2%.

По данным Самарского статистического ежегодника [95] в экономической отрасли обеспечения электрической энергией, газом и паром в Самарской области было 403 предприятия и организации в 2021 году.

В 2021 году энергетические предприятия Самарской области произвели 8 262 млн. кВт·ч электроэнергии, что составило 7,77% от общероссийского объема электрогенерации. При этом отпуск тепловой энергии в Самарской области составил 19 837 млн. кВт·ч

Энергосистема Самарской области в основном состоит из энергопредприятий, входящих в состав филиала «Самарский» ПАО «Т Плюс». Доля производства электроэнергии предприятиями ПАО «Т Плюс» составила 40,2 % от общего производства энергии, а доля производства тепловой энергии — 64 %.

Энергетическая система региона включает в себя 6 тепловых электростанций: Самарская ТЭЦ (СамТЭЦ); Безымянская ТЭЦ (БТЭЦ, реорганизованная в 2021 г. в Безымянскую отопительную котельную (БОК)); Самарская ГРЭС (СГРЭС); ТЭЦ Волжского автозавода (ТЭЦ ВАЗа); Тольяттинская ТЭЦ (ТоТЭЦ); Новокуйбышевская ТЭЦ-1 (НК ТЭЦ-1); Сызранская ТЭЦ (СТЭЦ); а также ряд отопительных котельных [25].

Установленная электрическая мощность энергосистемы составляет 2867,9 МВт, установленная тепловая мощность — 13 218,8 МВт. Суммарная установленная мощность энергосистемы Самарской области составляет 16 086,7 МВт.

В период с 1976 по 2021 гг. в структуре энергосистемы произошли несколько существенных изменений [25]:

1. В 1990 году из состава Самарской энергетической системы была выведена Волжская ГЭС установленной мощностью 2300 МВт, которая в дальнейшем вошла в состав РАО ЕЭС России;

2. В 2013 году из состава энергосистемы была выведена НкТЭЦ–2, расположенная в городе Новокуйбышевске, с установленной мощностью по теплу 867 Гкал/ч, по электричеству 340 МВт.

3. В 2022 г. Безымянская ТЭЦ была переведена на выработку только тепловой энергии и реорганизована в Безымянскую отопительную котельную.

Специфика энергосистемы Самарской области, состоящей только из ТЭЦ, производящих совместную выработку тепловой и электрической энергии, обуславливает особенности ее работы и накладывает ограничения на ее деятельность. На рисунке 2.1. представлена структурная модель взаимодействия энергосистемы с внешней средой, где:

$R_i(t)$  — капитальные, топливные и трудовые ресурсы;

$БПуУ_{R_i}(t)$  — блоки распределения и управления соответствующим ресурсом энергосистемы области;

$Y_e(t)$  — отпуск электрической энергии;

$Y_t(t)$  — отпуск тепловой энергии.

При производстве энергии используются следующие ресурсы  $R_i(t)$ : капитальные, трудовые, топливные, водные, материальные, энергетические и информационные, поступающие в блок распределения и управления соответствующим ресурсом  $БПуУ_{R_i}(t)$ .

Из общего числа ресурсов выделим ресурсы, оказывающие наибольшее влияние на деятельность предприятия: капитальные  $K(t)$ , трудовые  $L(t)$  и топливные  $B(t)$  ресурсы.

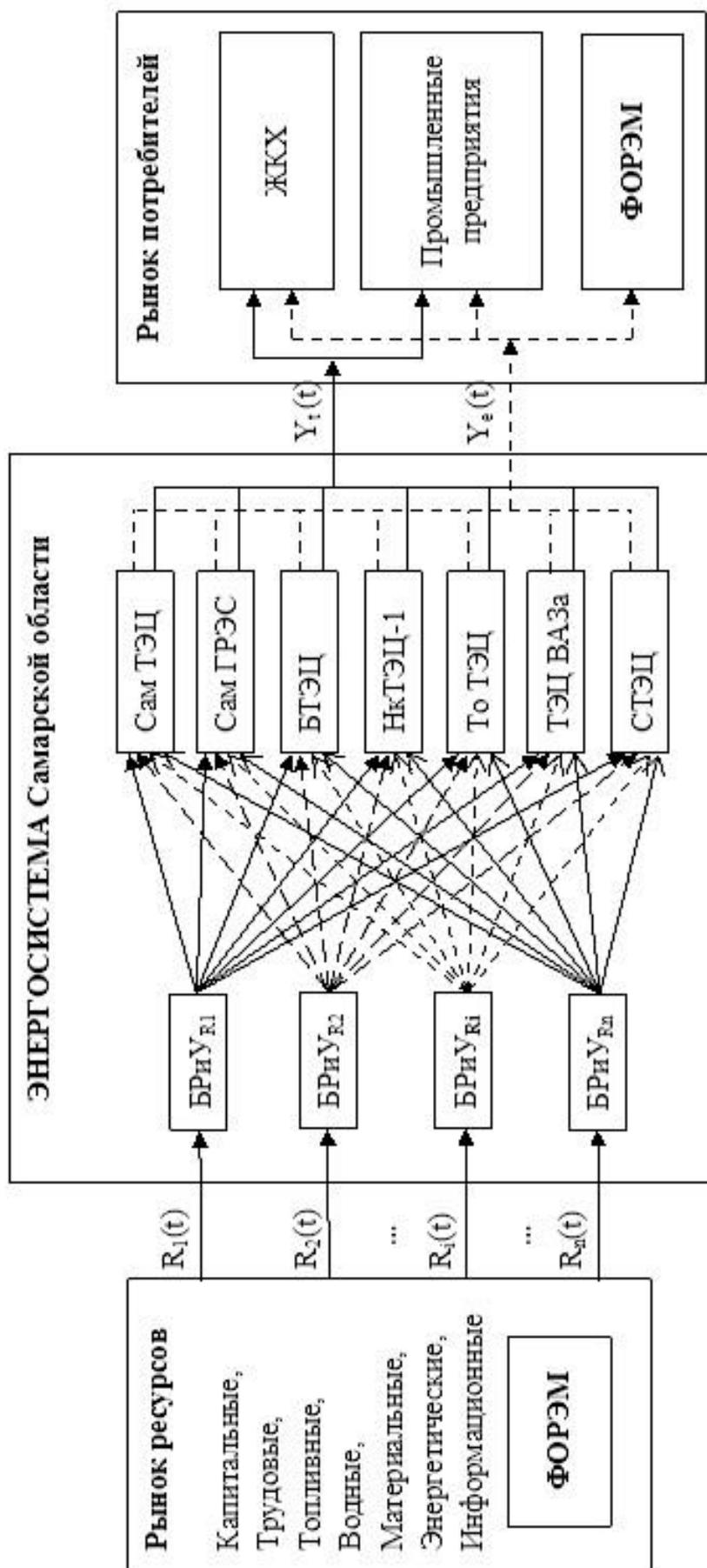


Рисунок 2.1 – Структура энергосистемы Самарской области

Энергосистема производит тепловую энергию  $Y_t(t)$  в виде производственного пара и горячей воды и электроэнергию  $Y_e(t)$ , вырабатываемую на базе выработки тепловой энергии. Основными потребителями тепловой и электрической энергии, отпускаемых энергосистемой, являются жилищно-коммунальное хозяйство и промышленные предприятия Самарской области. Избыток произведенной электроэнергии может продаваться соседним регионам на Федеральном оптовом рынке электрической энергии и мощности (ФОРЭМ), а ее недостаток — восполняться покупкой электроэнергии на ФОРЭМе.

## 2.2 Анализ динамики производства энергии энергосистемой Самарской области

Проведем анализ выпуска продукции энергосистемой Самарской области на основе статистических показателей ее деятельности в период с 1990 по 2021 гг. [29].

Для этого проанализируем динамику выпуска электрической  $Y_e(t)$ , тепловой  $Y_t(t)$  и суммарной энергии  $Y_s(t)$ , а также основных ресурсов, оказывающих наибольшее влияние на производство энергии: капитальных  $K(t)$ , трудовых  $L(t)$  и топливных  $B(t)$  ресурсов.

Для удобства проведения анализа статистических данных деятельности энергосистемы введем относительные безразмерные величины производства всех

видов энергии, приведенные к 1990 г.:  $Y_s = \frac{Y_{s\text{факт.}}}{Y_{s1990}}$  — относительный суммарный

выпуск энергии энергосистемой;  $Y_t = \frac{Y_{t\text{факт.}}}{Y_{t1990}}$  — относительное производство

тепловой энергии энергосистемой;  $Y_e = \frac{Y_{e\text{факт.}}}{Y_{e1990}}$  — относительное производство

тепловой энергии энергосистемой; где  $Y_{s1990}$ ,  $Y_{t1990}$ ,  $Y_{e1990}$  — значения производства суммарной, тепловой и электрической энергии в начальный 1990 год,  $Y_{s\text{факт.}}$ ,  $Y_{t\text{факт.}}$ ,

$Y_{\text{факт.}}$  — фактические текущие значения производства суммарной, тепловой и электрической энергии, соответственно.

Поскольку большая часть энергообъектов энергосистемы Самарской области была построена и запущена в эксплуатацию до 1990 г., то рациональным является анализ выпуска энергии энергосистемой за более широкий период ее функционирования с 1976 по 2021 гг. [135].

На рисунке 2.2 приведена динамика изменения относительного производства электрической, тепловой и суммарной энергии за период с 1976 по 2021 гг.

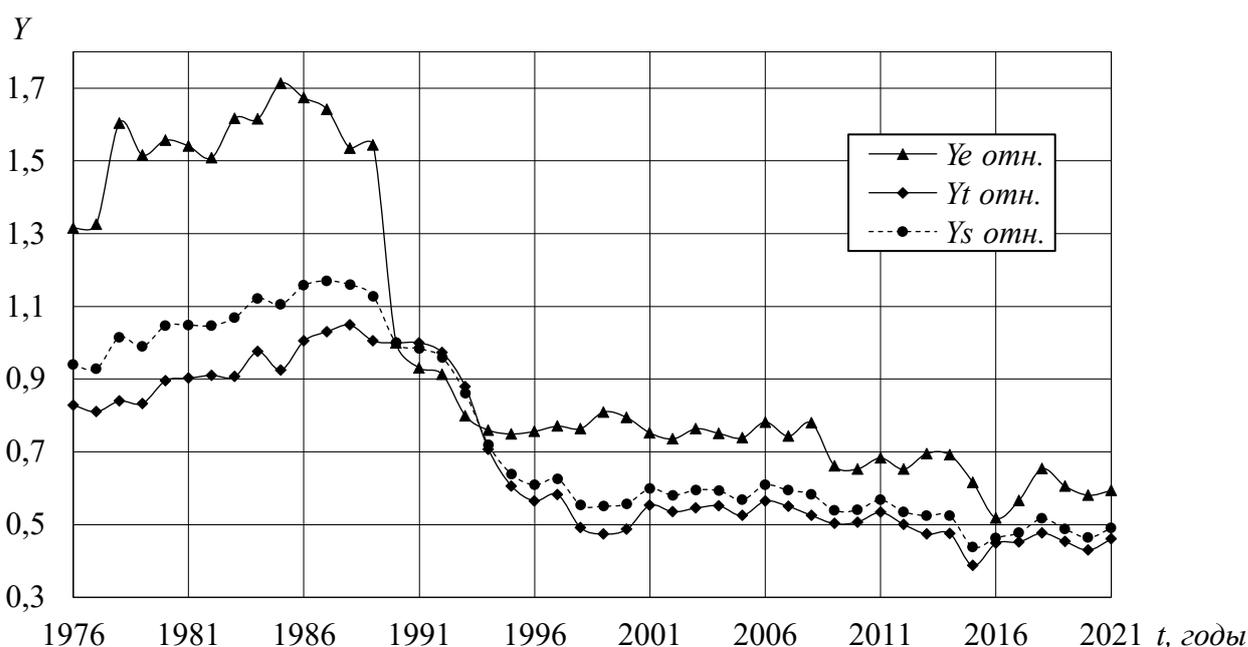


Рисунок 2.2 – Динамика относительного производства суммарной, тепловой и электрической энергии за период с 1976 по 2021 гг.

Согласно анализу динамики отпуска тепловой энергии, приведенной на рисунке 2.2, в рассматриваемый интервал времени с 1976 по 2021 гг. можно выделить несколько характерных периодов развития. В течение 1976–1989 гг. наблюдается устойчивый рост отпуска тепловой энергии с незначительными флуктуациями в 1979 и 1983–1985 гг., при этом максимальные значения производства тепловой энергии достигаются в 1988 году (126,5% от базового уровня 1976 года). Однако, начиная с 1990 года, в условиях трансформации экономической системы и сокращения промышленного производства [65], наблюдается устойчивая отрицательная динамика: первоначально умеренное

снижение в 1990–1991 гг. сменяется резким падением в 1992–1996 гг., что отражает системные изменения в энергетическом комплексе как страны в целом, так и Самарской области в частности.

Также для анализа динамики производства тепловой энергии были рассмотрены темпы изменения объемов производства энергии  $\Delta Y_t/Y_t$ , где  $\Delta Y_t = Y_{ti} - Y_{t(i-1)}$ . На рисунке 2.3 приведены темпы изменения объемов производства энергии, рассчитанные на основе статистических данных отпуска тепловой энергии. Начиная с 1990 г. по 1996 г. значения темпов изменения отпуска тепловой энергии становятся отрицательными и достигают минимального значения минус 20% в 1994 году. В целом, в период с 1989 по 1996 гг. произошло снижение производства тепловой энергии на 51,1% [26, 52, 108].

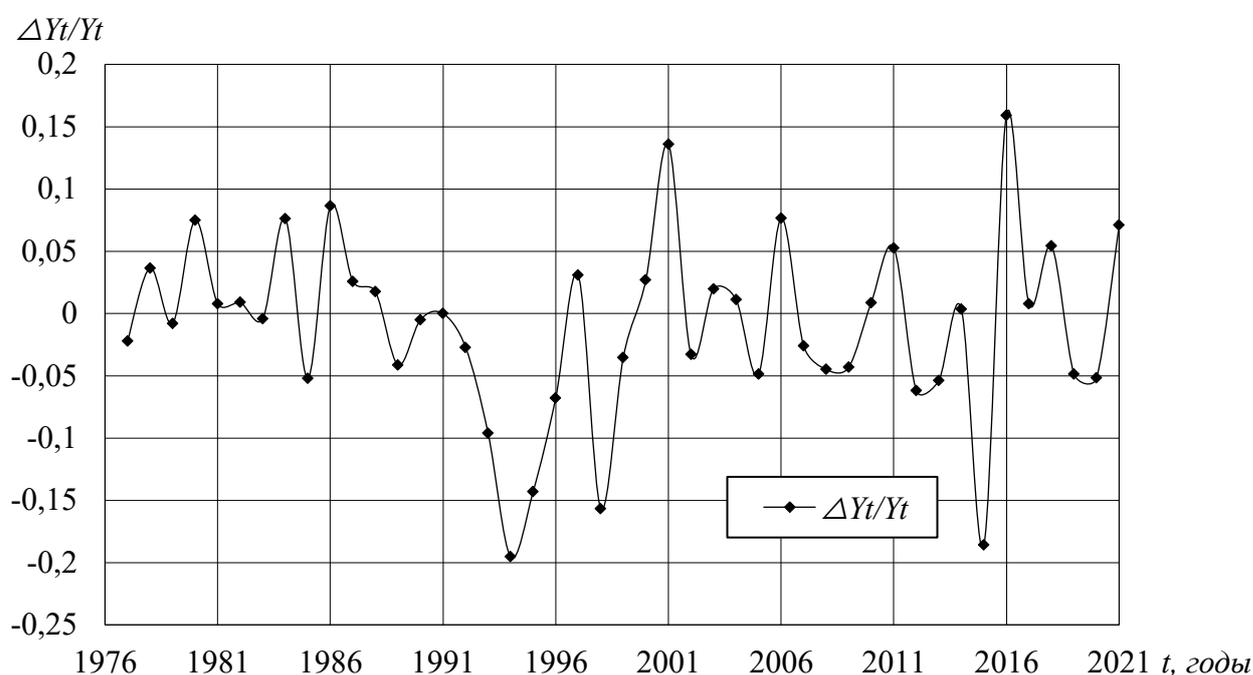


Рисунок 2.3 – Темпы прироста отпуска тепловой энергии

С 1999 по 2007 гг. наблюдается стабилизация отпуска тепловой энергии на новом уровне с незначительными колебаниями производства энергии на 1,5–4,8% (в соответствии со спадом промышленного производства). Динамика темпов прироста отпуска тепловой энергии в этот период имеет колебательный характер.

Анализ исследуемого периода выявляет характерную инерционность реагирования энергетического сектора на макроэкономические колебания [65].

Последствия финансового кризиса 2008 года проявились в отрасли запаздыванием в 1 год, вызвав снижение объемов теплогенерации после кратковременного периода восстановления. Период стабилизации отпуска тепла сменился новым периодом снижения производства в период 2012–2015 годов.

В период 2016–2021 гг. наблюдается стабилизация показателей теплогенерации на уровне исторического минимума на рассматриваемом периоде времени, составляющем 55,5% от базового уровня 1976 года. Следует отметить, что тепловая энергия, формируя около 60% суммарного энергопроизводства, выступает ключевым индикатором, определяющим общую динамику отрасли.

Данные по отпуску электрической энергии, представленные на рисунке 2.2, соответствуют положительной динамике энергопроизводства в период с 1976 по 1985 гг. с небольшими флуктуациями 1979 и 1981–1982 годах, рост производства электроэнергии в этот период составил 30 % [15]. На рисунке 2.4 представлены темпы прироста электрической энергии  $\Delta Y_e / Y_e$ , где  $\Delta Y_e = Y_{ei} - Y_{e(i-1)}$ . Начиная с 1986 по 1989 гг. наблюдается небольшое снижение производства электрической энергии на 1,9–6,5% в год.

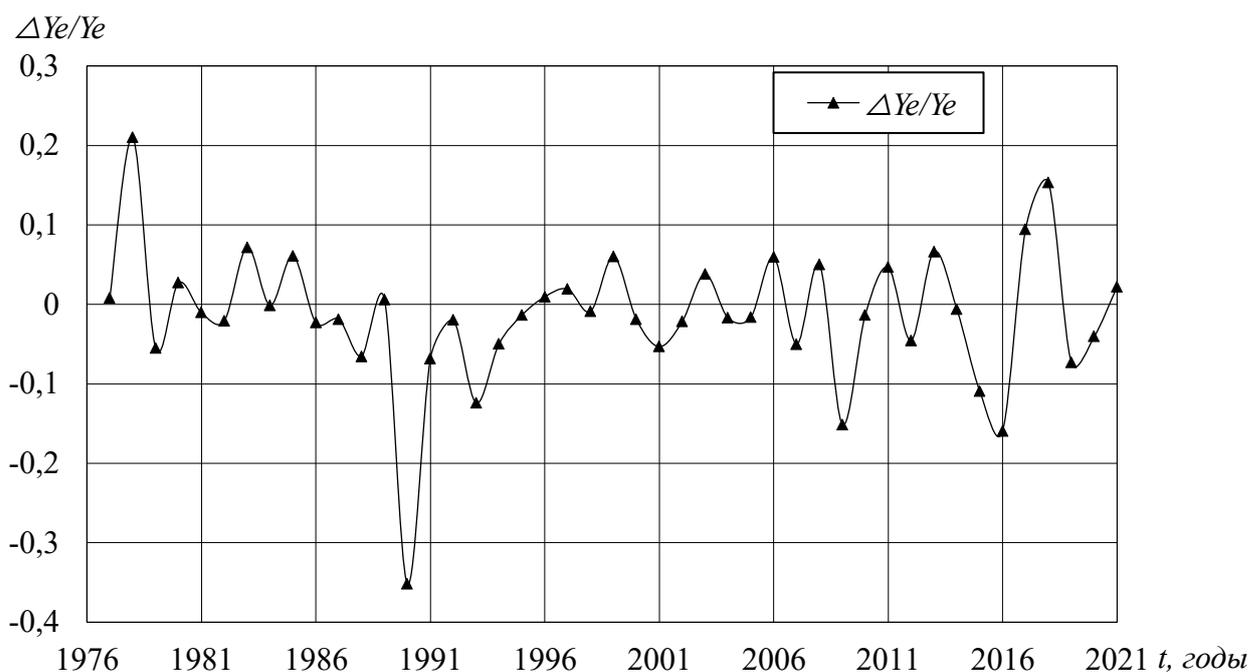


Рисунок 2.4 – Темп прироста отпуска электроэнергии

Период с 1989 по 1995 гг. соответствует отрицательной динамике производства электрической энергии. Наибольший спад производства

электроэнергии на 34% произошел в 1990 г., что обусловлено двумя ключевыми факторами: выводом Волжской ГЭС из состава региональной энергосистемы и существенным уменьшением технологического потребления электроэнергии промышленными предприятиями. Производство электрической энергии продолжает снижаться до 1995 г., при этом происходит замедление темпов спада отпуска электричества. В целом в период с 1989 по 1995 производство электроэнергии энергосистемой Самарской области сократилось на 51,4%.

Этап с 1995 по 2008 гг. соответствует периоду стабилизации величины отпуска электроэнергии.

С 2008 по 2009 гг. наблюдается снижение отпуска электрической энергии на 15,1%, связанное с мировым экономическим кризисом. В период с 2009 по 2014 гг. производство электрической энергии стабилизируется с небольшой амплитудой колебаний 1,3–6,6%.

С 2015 по 2016 гг. происходит очередное снижение отпуска электроэнергии на 25%. С 2017 по 2018 гг. наблюдается период восстановления мощностей энергосистемы по выпуску электроэнергии на 26,2%, при этом в 2019–2021 гг. величина отпуска электроэнергии снижается на 9,2% и в 2021 году составляет 45,1 % от значений в 1976 гг.

Динамика суммарного отпуска тепловой и электрической энергии аналогична динамике производства тепловой энергии, однако отличается меньшей подверженностью колебаниям и более плавными изменениями. Можно выделить несколько характерных периодов развития: устойчивый рост в 1976–1987 гг., стабилизация объемов суммарного производства энергии в 1988–1989 гг., с последующим продолжительным монотонным снижением вплоть до 1999 года. На рисунке 2.5 приведены темпы прироста суммарного производства энергии  $\Delta Y_s / Y_s$  в период с 1976 по 2021 гг., где  $\Delta Y_s = Y_{si} - Y_{s(i-1)}$ .

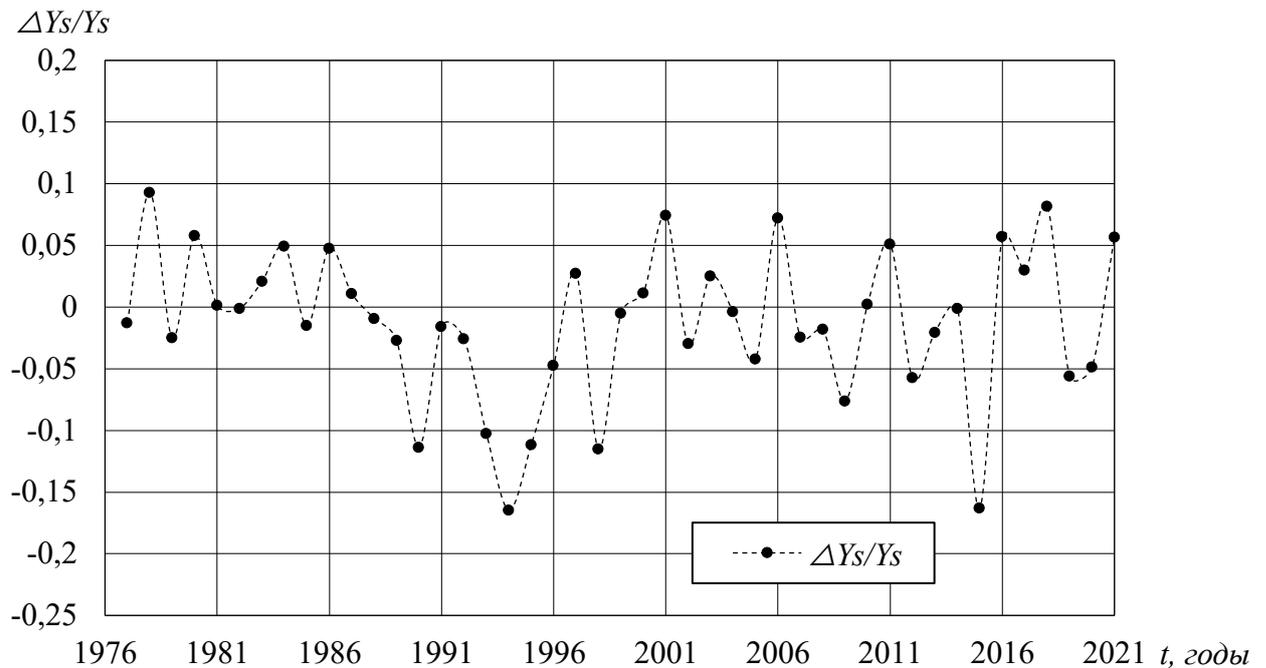


Рисунок 2.5 – Темп прироста суммарного отпуска энергии

После периода относительной стабилизации суммарного производства энергии в 1999 – 2011 гг. с небольшими колебаниями, последовал выраженный спад объемов суммарного отпуска энергии на 23% с 2011 по 2015 гг. Последующий период 2015 – 2019 гг. характеризовался устойчивым ежегодным приростом суммарного производства энергии на 3,0 – 8,2%, что свидетельствовало о частичной адаптации отрасли к новым экономическим условиям. Однако в период с 2019 по 2021 гг. наблюдалась стабилизация значений производства энергии на уровне 49,4 – 52,1% от производства суммарной энергии в 1976 году.

В целом, период с 1990 по 2021 гг. характеризуется чередованием периодов спада и периодов стабилизации значений производства энергии, что связано с сокращением энергопотребления. Многие предприятия промышленности, являющиеся основными потребителями энергии в виде пара, прекратили свое существование или обзавелись собственными источниками энергии. Постоянная в течение года тепловая нагрузка в виде пара сменилась на сезонную отопительную нагрузку в виде горячей воды. Также произошло изменение соотношения выработки тепловой и электрической энергии. В результате в настоящее время оборудование энергопредприятий работает в нерасчетных режимах с пониженными показателями эффективности.

Таким образом, структурные изменения в производстве энергии и изменение состава энергосистемы обуславливают разделение исследуемого периода на два интервала: с 1976 по 1989 гг., характеризующийся ростом производства тепловой и электрической энергии, и с 1990 по 2021 гг., в течение которого происходит значительное снижение объемов производства всех видов энергии [135].

### 2.3 Анализ динамики основных ресурсов региональной энергосистемы

Проведем анализ затрачиваемых энергосистемой Самарской области и оказывающих наибольшее влияние на ее деятельность ресурсов: капитальных  $K(t)$ , трудовых  $L(t)$  и топливных  $B(t)$  на основе статистических показателей ее деятельности в период с 1990 по 2021 гг. [29].

Проанализируем динамику изменения основных производственных фондов  $K(t)$  энергосистемы Самарской области. Сопоставление данных также проведем в безразмерном виде, для этого введем относительную переменную:

$$K_{\text{отн.}} = \frac{K}{K_{1990}} \text{ — относительная величина капитальных ресурсов, где } K_{1990} \text{ —}$$

величина капитальных ресурсов в начальный год рассматриваемого периода 1990—2021 гг.,  $K$  — текущее значение величины капитальных ресурсов.

Статистические данные величины капитальных ресурсов были приведены к уровню цен в 1990 г. с учетом коэффициентов-дефляторов для энергетической отрасли. Аналогично выпуску энергии энергосистемой был рассмотрен период с 1976 по 1990 гг.

На рисунке 2.6 отображена динамика изменения основных фондов энергосистемы  $K_{\text{отн.}}$  Самарской области с 1976 по 2021 гг. в относительных величинах, приведенных к начальному году рассматриваемого периода. На рисунке 2.7 приведены темпы прироста капитальных ресурсов  $\Delta K/K$  в период с 1976 по 2021 гг., где  $\Delta K = K_i - K_{(i-1)}$ .

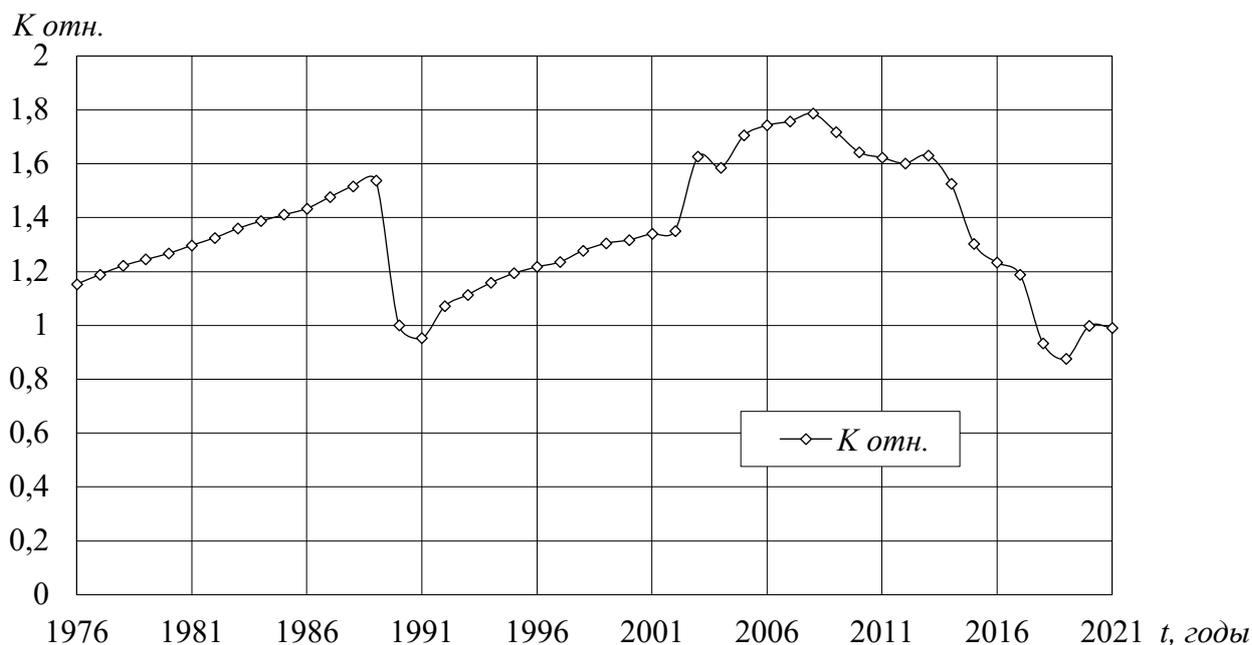


Рисунок 2.6 – Относительная величина капитальных ресурсов энергосистемы Самарской области.

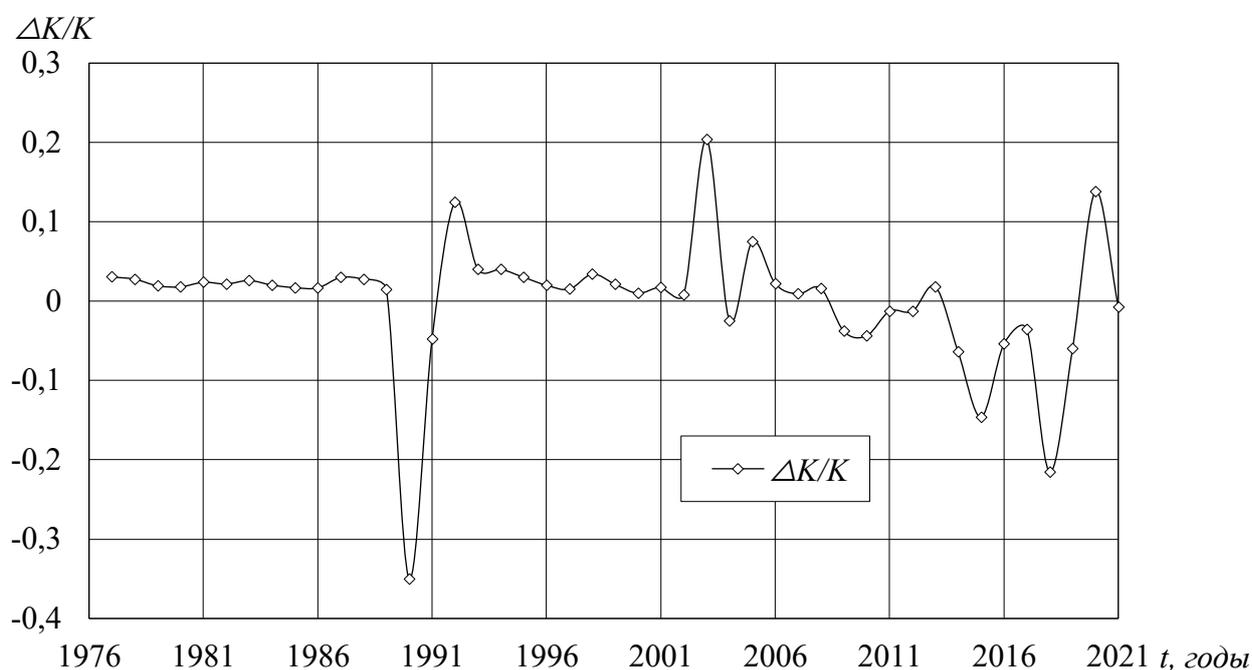


Рисунок 2.7 – Темпы прироста капитальных ресурсов

Период с 1976 по 1989 гг. характеризуется увеличением объема капитальных ресурсов энергосистемы на 33,4 %. Темпы прироста капитальных ресурсов в этот период были положительными и составляли 1,4 – 3,0% (рисунок 2.7). В 1990 г. произошло резкое снижение величины основных фондов на 32 %, связанное, в первую очередь, с выводом из состава энергосистемы Волжской ГЭС. Начиная с 1992 по 2008 гг. наблюдался период монотонного роста величины капитальных

ресурсов на 0,8–3,9% в год, при этом в 2003 г. можно выделить значительное увеличение основных фондов на 20,3 %, которое обусловлено сменой методики расчета капитальных ресурсов в ПАО «Т Плюс». В целом, в период с 1992 по 2008 гг. величина капитальных ресурсов возросла на 66,7% [24].

В период с 2008 по 2019 гг. происходит снижение величины основных фондов, при этом скорость снижения возрастает к концу периода от 3,8 % в 2009 году до 21,6 % в 2018 году. В целом, за этот период объемы капитальных ресурсов снижаются на 50,9 %. В целом монотонное снижение значений капитальных ресурсов связано с инфляцией, а резкие скачки связаны с централизованными изменениями отчетных форм ПАО «Т Плюс». С 2019 по 2021 г. происходит увеличение капитальных ресурсов на 13,0 %.

Проведем анализ изменения величины трудовых ресурсов  $L(t)$  энергосистемы в период с 1976 по 2021 гг. Для этого используем относительную переменную  $L_{отн.}$ , определяемую по формуле:

$$L_{отн.} = \frac{L}{L_{1990}} \text{ — относительная величина трудовых ресурсов,}$$

где  $L_{1990}$  — величина трудовых ресурсов в начальный год рассматриваемого периода с 1990 по 2021 гг.,  $L$  — текущее значение величины трудовых ресурсов;

На рисунках 2.8 и 2.9 приведены относительные величины трудовых ресурсов в период с 1976 по 2021 гг. и темпы прироста трудовых ресурсов соответственно. Темпы прироста трудовых ресурсов определялись как  $\Delta L/L$ , где  $\Delta L = L_i - L_{(i-1)}$ .

В период с 1976 по 1986 гг. наблюдается положительная динамика изменения трудовых ресурсов с темпами прироста 1,0–3,35 % в год. В целом, за данный интервал времени величина трудовых ресурсов возросла в 1,18 раза. Рост значений трудовых ресурсов в этот период происходил за счет ввода новых энергообъектов в эксплуатацию, и как следствие, за счет увеличения штата рабочих. С 1987 по 1989 гг. произошло снижение трудовых ресурсов почти на 12,6%.

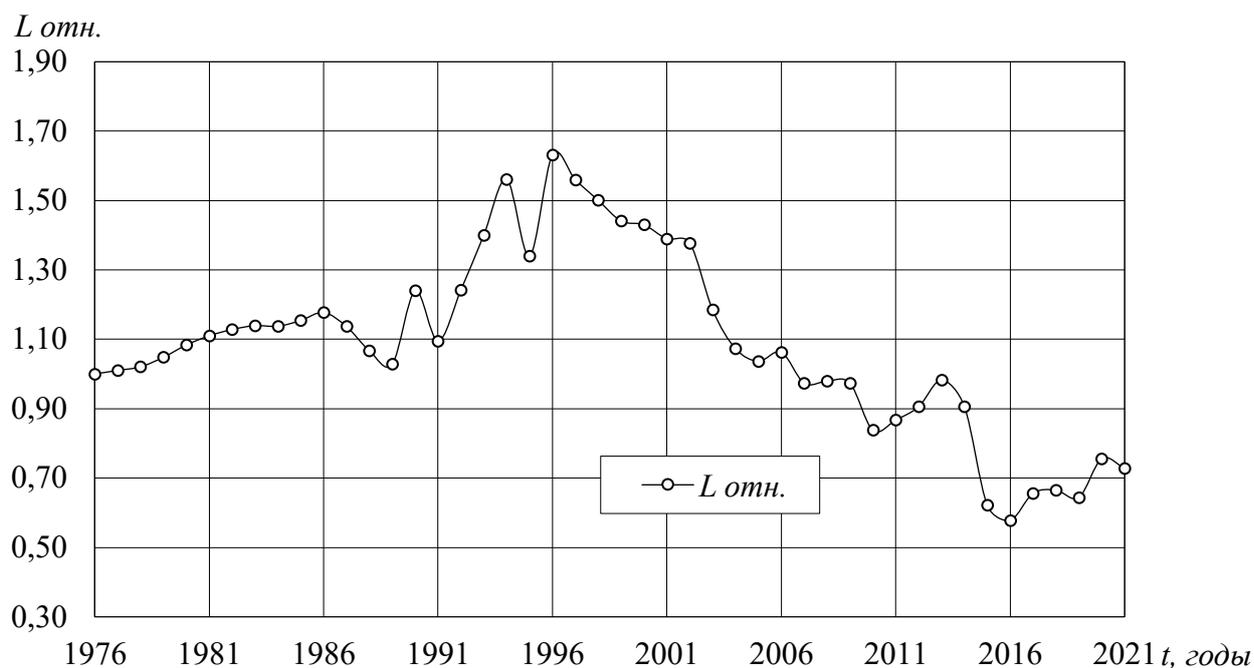


Рисунок 2.8 – Относительная величина трудовых ресурсов энергосистемы Самарской области.

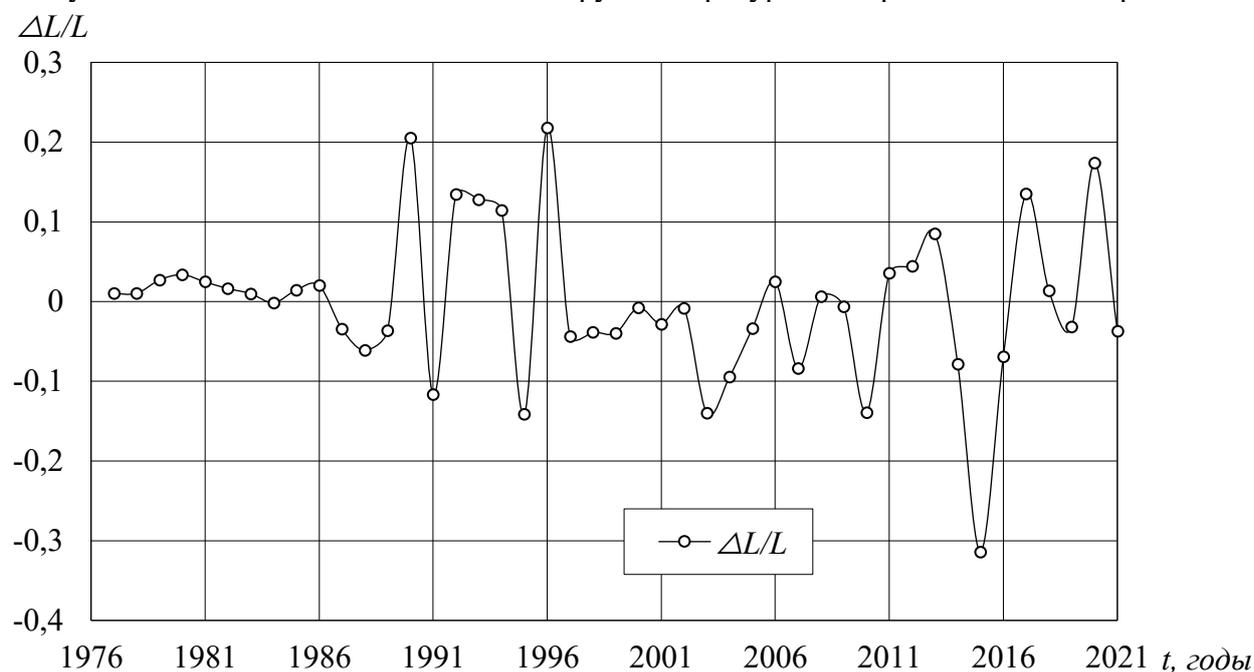


Рисунок 2.9 – Темпы прироста трудовых ресурсов

В период 1990–1996 гг. наблюдается увеличение численности персонала энергосистемы, с небольшими спадами в 1991 и 1995 годах. Рост трудовых ресурсов в этот период связан с большой привлекательностью стабильно работающих энергопредприятий в период структурных преобразований в экономике.

Начиная с 1996 наблюдается устойчивая тенденция по снижению величины

трудовых ресурсов вплоть до 2017 года. При этом резкий спад численности персонала в 2003, 2010 и 2015 гг. связан с кадровой политикой энергосистемы, направленной на сокращение трудовых ресурсов. В этот период было проведено несколько реорганизаций в работе ТЭЦ, входящих в состав энергосистемы: изменение штатных расписаний, исключение некоторого функционала организации (по капитальному ремонту и непрофильным видам деятельности).

С 2017 по 2020 гг. произошло увеличение трудовых ресурсов в 1,31 раза. В 2021 году численность персонала сократилась на 3,7 %.

Проанализируем динамику изменения топливных ресурсов  $B(t)$  при производстве тепловой, электрической и суммарной энергии в период с 1976 по 2021 гг.

Введем относительные переменные:  $B_{som.} = \frac{B_s}{B_{s1990}}$ ,  $B_{tom.} = \frac{B_t}{B_{t1990}}$ ,

$B_{eom.} = \frac{B_e}{B_{e1990}}$  — относительные значения объемов затрачиваемых топливных

ресурсов при производстве суммарной, тепловой и электрической энергии, соответственно, где  $B_{s1990}$ ,  $B_{t1990}$ ,  $B_{e1990}$  — величина топливных ресурсов при производстве суммарной, тепловой и электрической энергии в начальный год рассматриваемого периода 1990–2021 гг.;  $B_s$ ,  $B_t$ ,  $B_e$  — текущие объемы затрачиваемых топливных ресурсов для производства суммарной, тепловой и электрической энергии, соответственно. Темпы прироста затрат топливных ресурсов для производства всех видов энергии будут определяться как  $\Delta B/B$ , где  $\Delta B = B_i - B_{(i-1)}$ .

На рисунке 2.10 приведены относительные значения объемов затрачиваемых топливных ресурсов в период с 1976 по 2021 гг. для производства тепловой энергии. Темпы прироста расходов топлива для производства тепла в период 1976–2021 гг. приведены на рисунке 2.11.

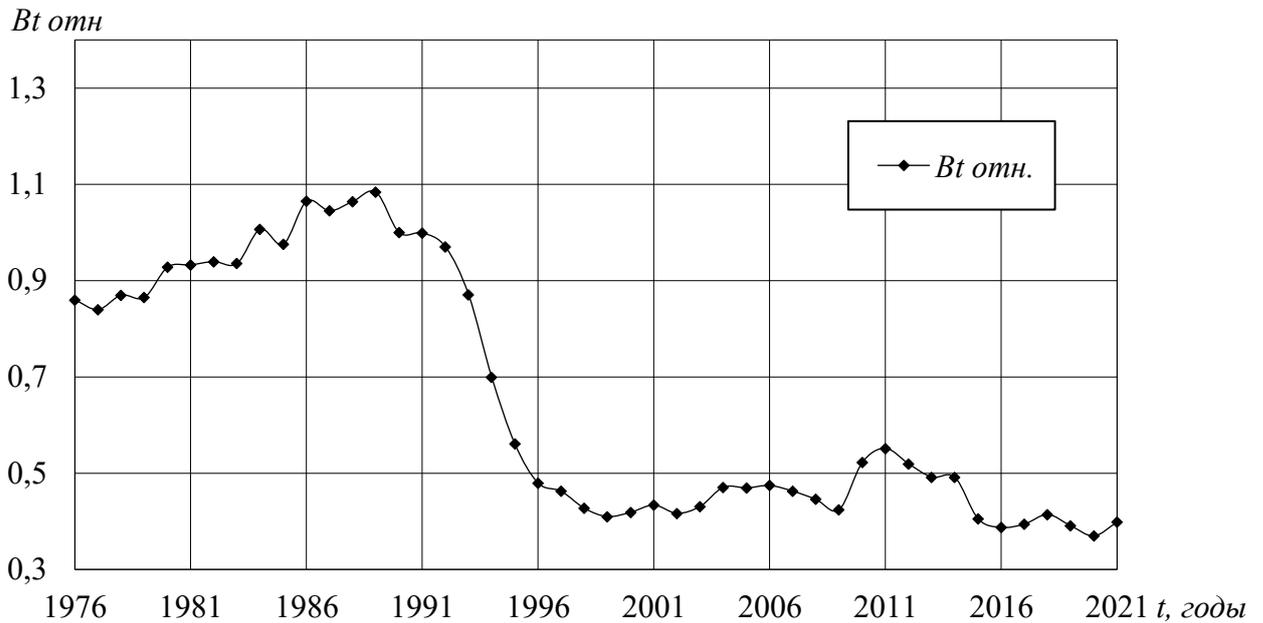


Рисунок 2.10 – Относительный расход топлива на производство тепловой энергии

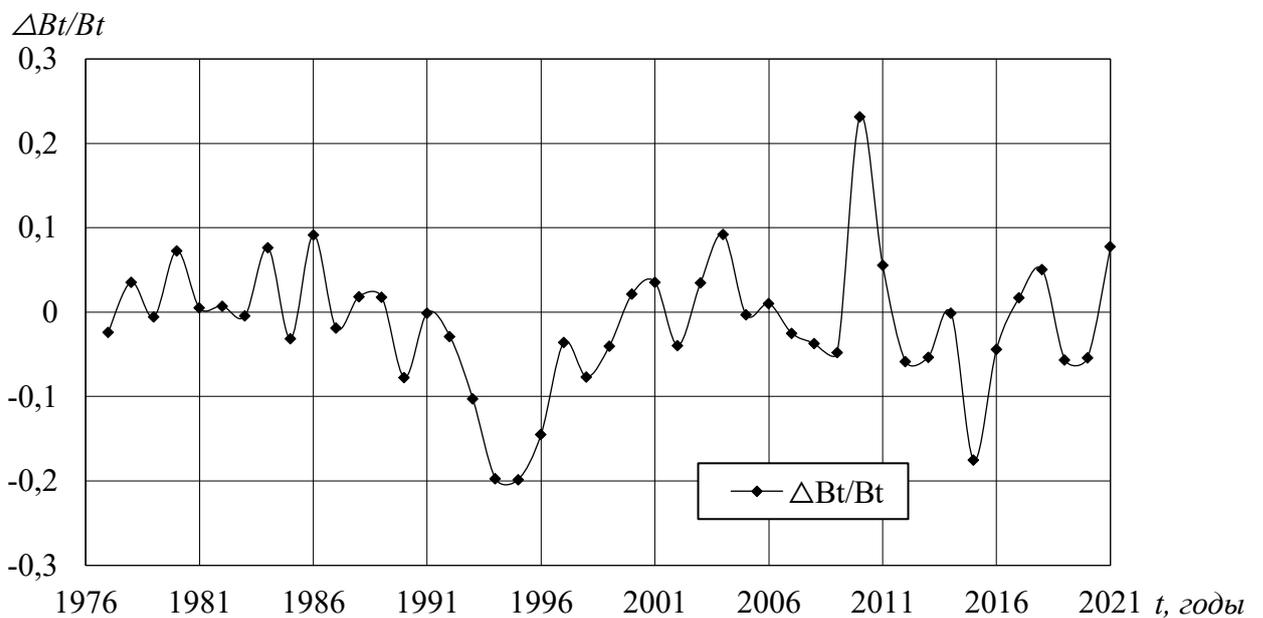


Рисунок 2.11 – Темпы прироста объемов топливных ресурсов на производство тепловой энергии

Из графиков видно, что с 1976 по 1989 гг. наблюдался стабильный рост значений  $B_{топн}$  в 1,26 раза с небольшими колебаниями. В период 1990–1998 гг. происходит снижение объемов используемых топливных ресурсов на 57,3 %, при этом производство тепловой энергии в этот период сократилось на 50,1 %.

С 1999 по 2008 гг. наблюдается стабилизация значений  $B_{топн}$  с небольшими колебаниями 1,5–7,5 %. Дальнейшее поведение расхода топлива для производства тепловой энергии характеризуется чередованием периодов роста и спада. В 2009–

2011 гг. объемы топливных ресурсов возрастают на 23,8%, что соответствует росту производства тепловой энергии на 6,1 % в этот период. С 2012 по 2016 гг. величина  $B_{\text{топн}}$  снизилась на 29,8 %, в 2017–2021 происходит стабилизация относительных значений затрат топливных ресурсов с небольшими колебаниями на 5–7,7 %.

В целом, траектория изменения величины топливных ресурсов качественно повторяет траекторию производства тепловой энергии в анализируемый период.

На рисунках 2.12 и 2.13 приведены графики изменения относительного расхода топлива и темпы прироста топливных ресурсов для производства электроэнергии в период с 1976 по 2021 гг.

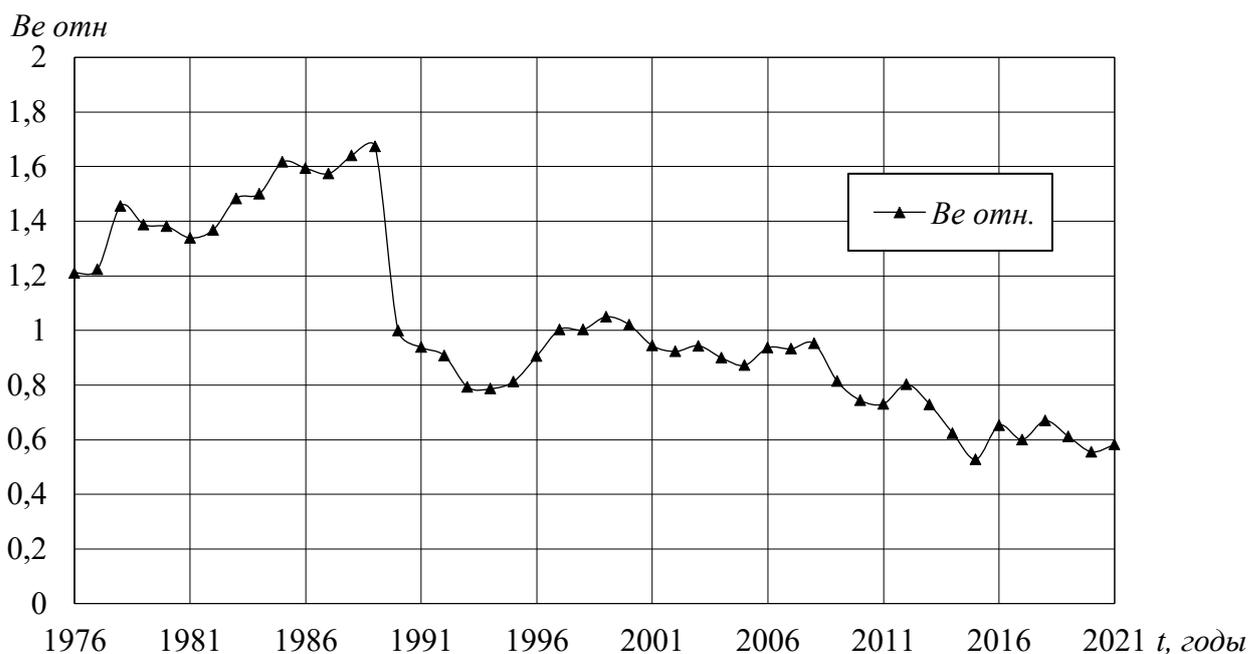


Рисунок 2.12 – Относительный расход топлива на производство электрической энергии

С 1976 по 1989 гг. происходит рост величины  $B_{\text{топн}}$  в 1,38 раза. Период 1990–1994 гг. соответствует резкому снижению расхода топлива на 53,0 %. С 1995 по 1999 гг. объемы затрачиваемых топливных ресурсов увеличились на 29,1 %, при этом производство электроэнергии в этот период практически не изменилось. В период с 2000 по 2021 гг. происходят значительные колебания величины  $B_{\text{топн}}$ , однако наблюдается общая тенденция снижения расхода на 44,6%.

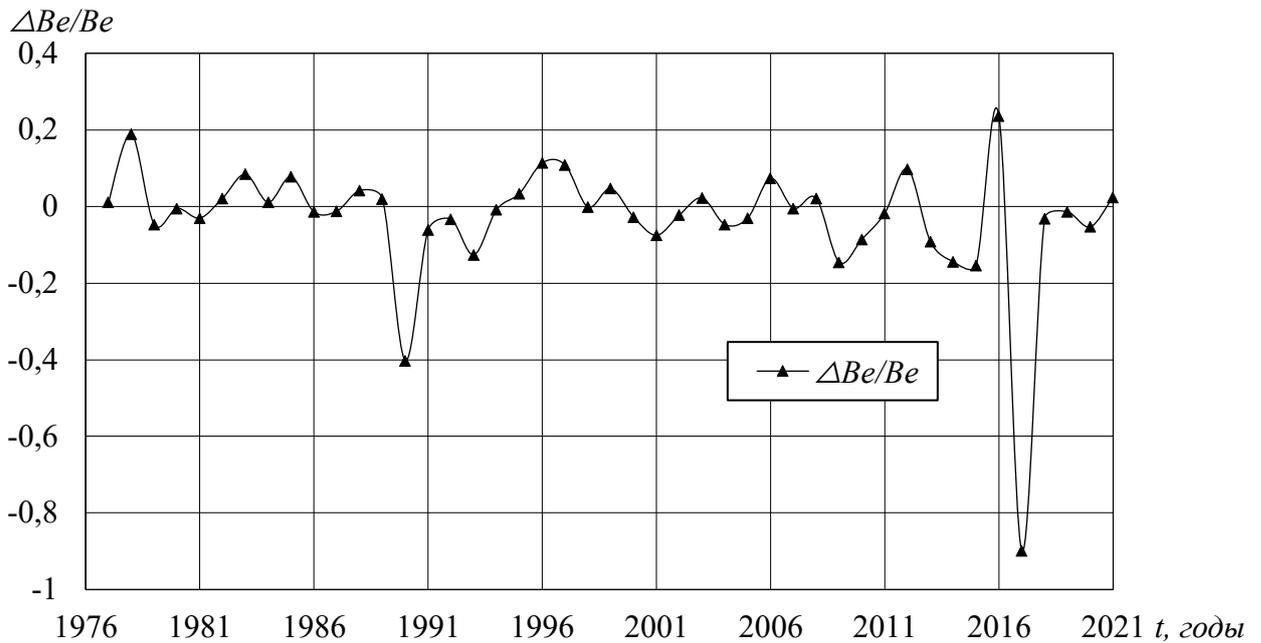


Рисунок 2.13 – Темпы прироста объемов топливных ресурсов на производство электрической энергии

Траектория изменения объемов топлива, затрачиваемых на суммарное производство энергии в период с 1976 по 2021 гг., представленная на рисунке 2.14, аналогична траектории изменения расхода топлива для тепловой и электрической энергии, однако имеет более сглаженный вид и подвержена меньшим колебаниям. На рисунке 2.15 представлены темпы прироста топливных ресурсов для суммарного производства энергии в период 1976–2021 гг.

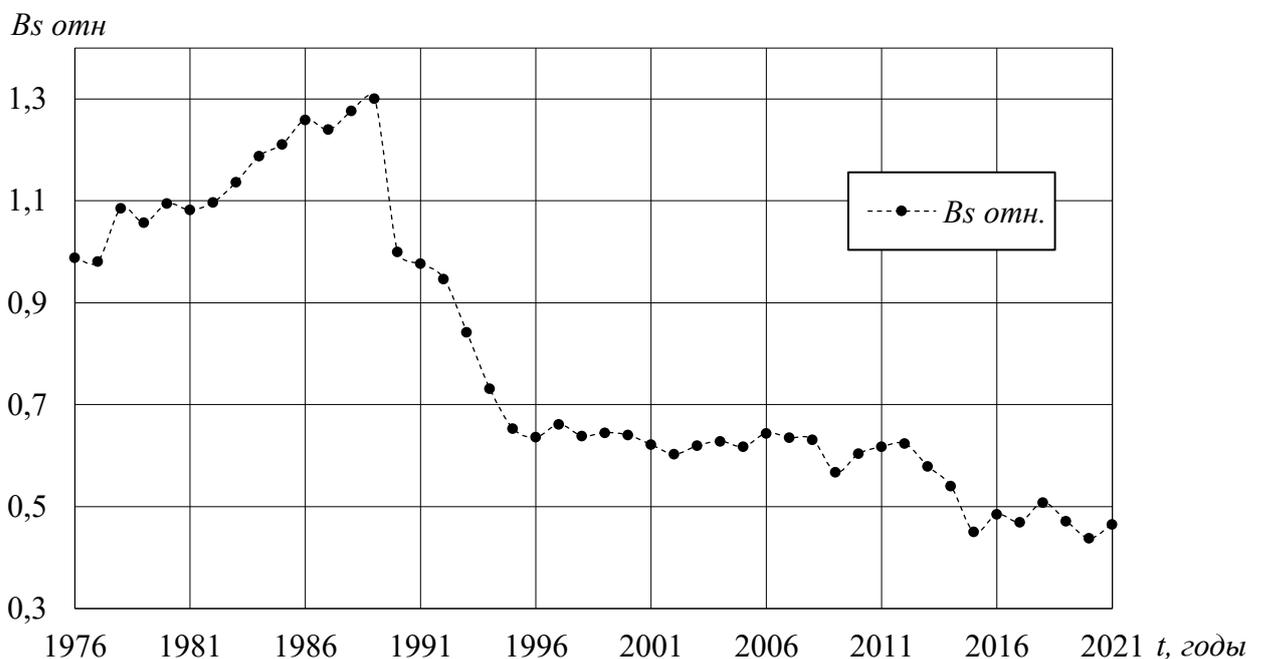


Рисунок 2.14 – Относительный расход топлива на производство суммарной энергии

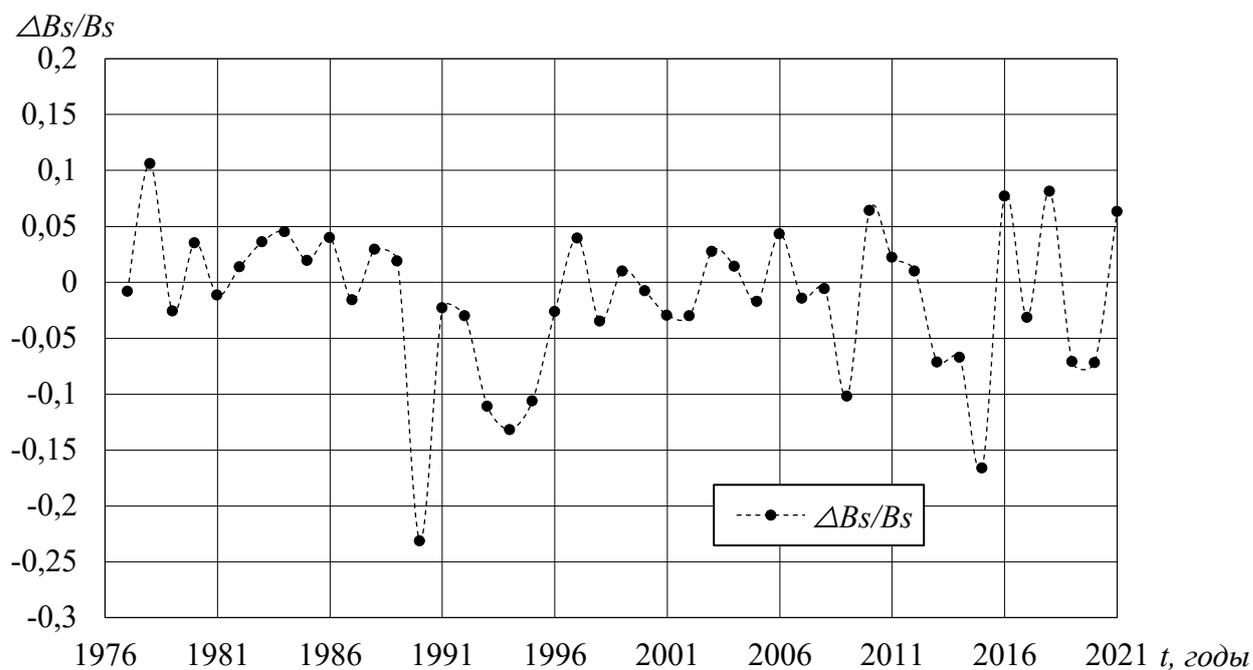


Рисунок 2.15 – Темпы прироста объемов топливных ресурсов на производство суммарной энергии

Период 1976–1989 гг. соответствует росту величины  $B_{\text{сomm}}$  в 1,32 раза. С 1990 по 1996 гг. наблюдается отрицательная динамика топливных ресурсов, расход топлива уменьшился на 51,0 %.

В период 1997 по 2008 гг. относительные объемы затрачиваемых на суммарное производство энергии топливных ресурсов стабилизируются на уровне 0,64 с незначительными колебаниями 0,5–4,6 %.

С 2009 по 2021 гг. происходит снижение расходов топлива на 26,3 % с небольшими флуктуациями.

В целом, графики расходов топлива для производства всех видов энергии структурно повторяют графики производства энергии, что обуславливается наличием физической зависимости между объемом затрачиваемых топливных ресурсов и произведенной энергией.

#### 2.4 Анализ показателей эффективности деятельности энергосистемы

Проведем интегральную оценку деятельности энергосистемы Самарской области. Для этого рассмотрим текущие производительности ресурсов  $S_i^0$ , характеризующие объем выпускаемой продукции, приходящейся на единицу

затраченного  $i$ -ого ресурса:  $S_i^0 = \frac{Y}{X_i}$  [16, 34].

Поскольку наибольшее влияние на функционирование энергосистемы оказывают капитальные  $K(t)$ , трудовые  $L(t)$  и топливные  $B(t)$  ресурсов., то их текущие производительности примут следующий вид:  $g = Y / K$  — текущая производительность основных фондов,  $y = Y / L$  — текущая производительность трудовых ресурсов,  $b = Y / B$  — текущая эффективность использования топливных ресурсов, где  $Y$  — производство энергии,  $K$ ,  $L$  и  $B$  — значения капитальных, трудовых и топливных ресурсов, соответственно [11, 24].

Проведем анализ динамики текущих показателей эффективности использования основных ресурсов для производства тепловой, электрической и суммарной энергии в период 1976 – 2021 годов.

На рисунке 2.16 отображена динамика изменения производительностей основных ресурсов для производства тепловой энергии.

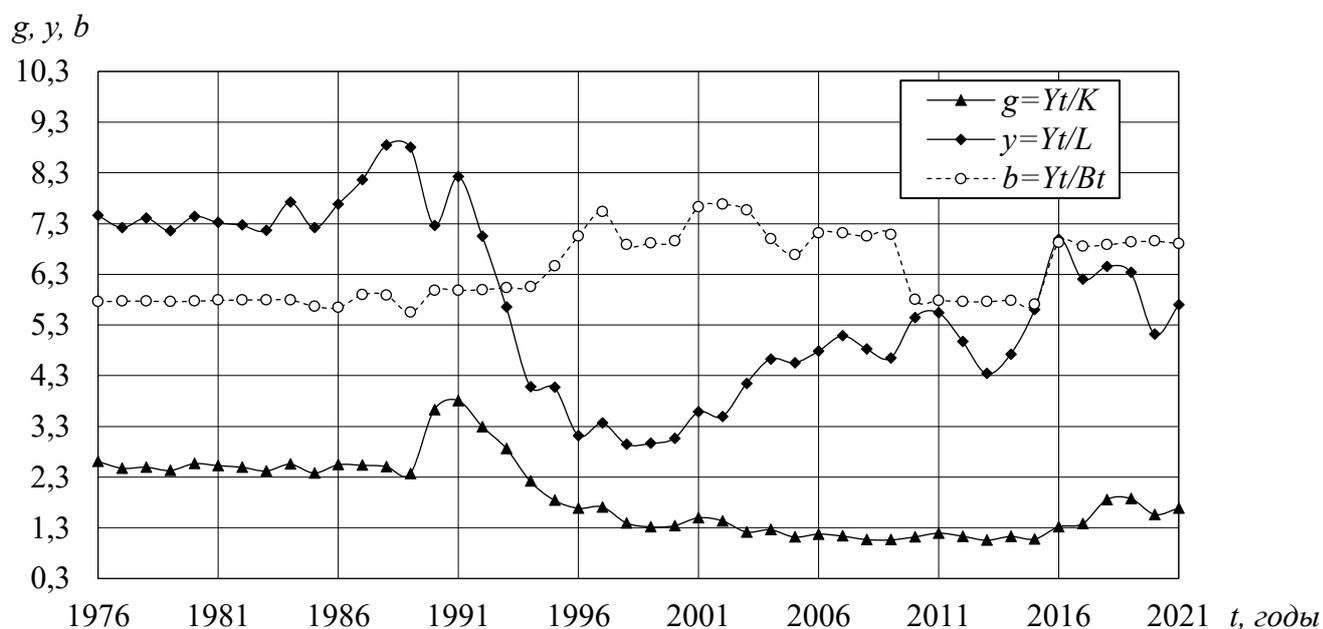


Рисунок 2.16 – Текущие производительности ресурсов для производства тепловой энергии

Производительность капитальных ресурсов для производства тепловой энергии в период с 1976 по 1989 характеризовалась незначительными колебаниями на 0,4–5,5 % в год. В 1990 г. произошло резкое возрастание фондоотдачи  $g = Y_t / K$

на 53,1 %, связанное с выводом из состава энергосистемы Волжской ГЭС и переоценкой основных фондов, как отмечено в [25]. Начиная с 1992 года производительность капитальных ресурсов снижается на 16–22 % в год. Уменьшение показателя продолжается до 2004 года, при этом к концу периода происходит замедление изменения фондоотдачи — темпы падения значений показателя составляют 4–11 % в год. С 2004 по 2015 гг. происходит стабилизация показателя с небольшими колебаниями. В период с 2016 по 2019 гг. значение фондоотдачи возрастает в 1,74 раза, а с 2020 по 2021 гг. значения показателя  $g$  снижаются на 10,1 %

Анализ динамики производительности труда  $y = Y_t / L$  выявил периоды, аналогичные динамике фондоотдачи. С 1976 по 1984 происходили колебания показателя на 0,7–6,5% в год, с 1985 по 1989 производительность труда возросла на 21,9 %. Период с 1990 по 1998 гг. характеризовался падением величины  $y = Y_t / L$  на 59,4 %. Начиная с 1999 по 2016 гг. наблюдалась общая тенденция роста значений производительности труда в 2,36 раза с флуктуациями в 2002, 2005, 2008–2009 и 2012–2013 годах. Период с 2017 по 2021 гг. характеризуется снижением значений показателя  $y$  на 18,5 %.

Поведение топливоотдачи  $b = Y_t / B_t$  резко отличается от поведения производительностей капитальных и трудовых ресурсов: с 1976 по 1994 гг. происходят небольшие колебания показателя на 0,1–7,9 % в год, с 1995 по 1997 гг. наблюдался устойчивый рост на 6,9–9 % в год. Начиная с 1998 по 2021 гг. происходит чередование периодов стабилизации текущей производительности топливных ресурсов с периодами роста и снижения показателя.

На рисунке 2.17 представлена динамика изменения производительностей капитальных, трудовых и топливных ресурсов для производства электрической энергии.

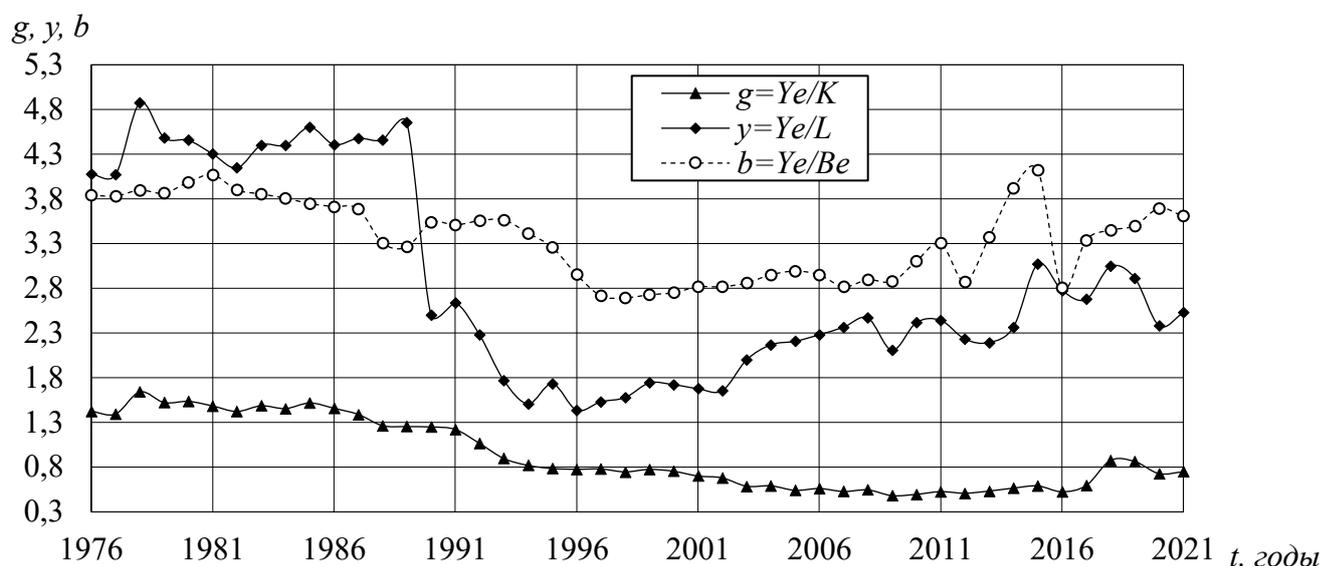


Рисунок 2.17 – Текущие производительности ресурсов для производства электрической энергии

Как следует из представленных на рисунке 2.17 данных, динамика производительности труда  $y = Y_e / L$  для производства электроэнергии демонстрирует сходство с соответствующим показателем для производства тепловой энергии, что свидетельствует о системной взаимосвязи трудовых ресурсов в различных сегментах энергокомплекса. Однако фондоотдача  $g = Y_e / K$  характеризуется иной траекторией развития: после кратковременного роста на 15% в 1976–1978 гг. наблюдается устойчивая отрицательная динамика, приведшая к совокупному снижению показателя на 68% к 2016 году. С 2017 по 2018 гг. производительность основных фондов увеличивается на 66,9 %, а с 2019 по 2021 г. показатель снижается на 14,5 %.

Анализ динамики текущих производительностей капитальных, трудовых и топливных ресурсов для суммарного производства энергии, приведенных на рисунке 2.18, выявляет согласованность их изменений с аналогичными показателями для производства тепловой энергии. Однако, текущая топливоотдача  $b = Y_s / B$  демонстрирует существенно более устойчивую динамику на протяжении всего анализируемого периода 1976–2021 гг., с колебаниями на 0,01–15,3%, что свидетельствует об особенностях технологических процессов преобразования топливных ресурсов, менее подверженных внешним воздействиям по сравнению с другими факторами производства.

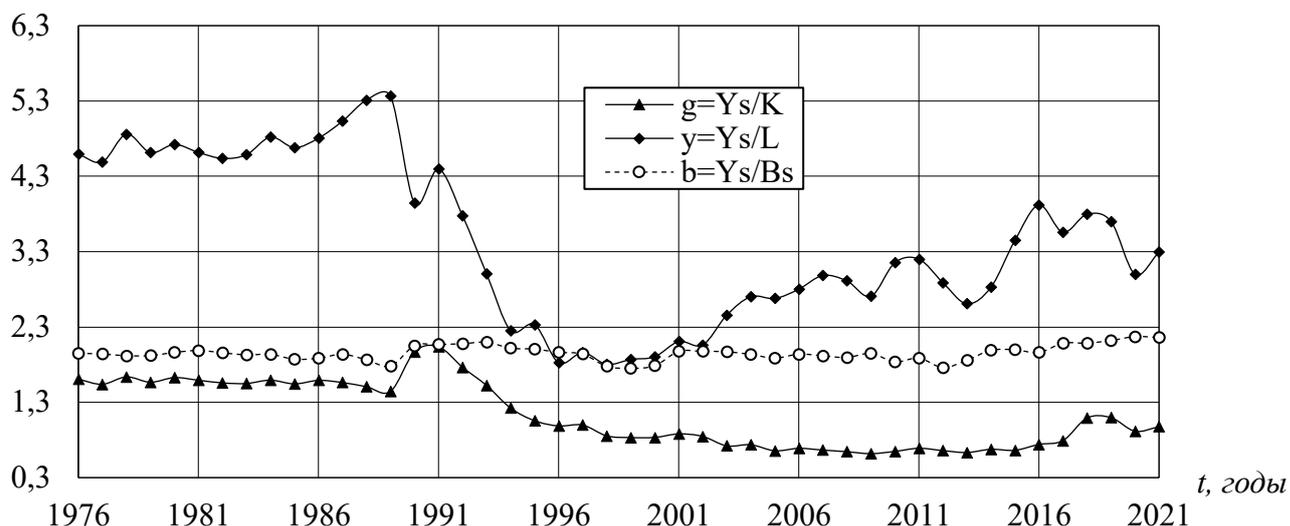


Рисунок 2.18 – Текущие производительности ресурсов для суммарного производства энергии

В целом, для энергосистемы области период 1976–1989 годов характеризовался эффективным использованием производственных мощностей и трудовых ресурсов. После 1990 года проявилась тенденция снижения эффективности энергопроизводства, вызванная падением производства регионального промышленного комплекса и общесистемным кризисом в экономике 1990–1997 годов [24, 25]. После 1998 года эффективность использования трудовых ресурсов увеличивается, однако сохраняются неблагоприятные тенденции для использования капитальных ресурсов, что свидетельствует об избытке основных фондов в системе.

## 2.5 Выводы по второй главе

В целом, во второй главе получены следующие основные результаты:

1. Разработана структурная модель региональной энергосистемы Самарской области на основе энергопроизводства филиала «Самарский» ПАО «Т Плюс»
2. Комплексный анализ динамики функционирования энергосистемы выявил основные закономерности протекания временных процессов, который обуславливает необходимость деления исследуемого периода на 2 интервала: стабильного развития 1976–1989 гг. с устойчивым ростом энергопроизводства, и

переходный период 1990–2021 гг., характеризующийся выраженным снижением производства энергии, при этом тенденции уменьшения выпуска энергии наблюдаются вплоть до 2021 гг.

3. Проведен анализ показателей эффективности использования основных ресурсов. Исследованы текущие производительности капитальных, трудовых и топливных ресурсов. Период с 1976 по 1989 гг. характеризовался стабильно высокими значениями производительностей капитальных, трудовых и топливных ресурсов. С 1990 по 2021 годы внешние воздействия вызвали переходные процессы и снижение эффективности использования капитальных и трудовых ресурсы, что свидетельствует об избыточности основных производственных фондов.

4. Для проведения более полного анализа эффективности функционирования энергосистемы необходимо использовать другие инструменты исследований — математическое моделирование, прогнозирование, разработка критериев эффективности деятельности энергопроизводств и фазовых портретов, а также исследование качества управления в энергосистеме.

### **3 РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ**

Поскольку анализ интегральных показателей деятельности энергосистемы не дает возможности выявления путей повышения эффективности использования ресурсов, то для проведения комплексного анализа эффективности функционирования энергосистемы Самарской области и разработки систем поддержки принятия решений возникает необходимость решения следующих задач: выявления факторов, оказывающих наибольшее влияние на производство энергии, достоверной оценки эффективности протекания производственных процессов, построения прогнозов потребления электрической, тепловой и суммарной энергии и затрачиваемых основных ресурсов. Для решения данных задач важнейшей задачей является необходимость совершенствования математических моделей, описывающих деятельность энергосистемы, и методов их идентификации на основе статистических данных.

В дальнейших расчетах, как отмечалось выше, из-за отсутствия возможности разглашения конфиденциальных данных энергокомпаний, все статистические данные функционирования энергосистемы (динамика производства тепловой, электрической и суммарной энергии и затраты капитальных, трудовых и топливных ресурсов) приводятся в относительных безразмерных величинах, приведенных к значениям соответствующих величин в 1990 г.

Приведенные ниже результаты отражены в публикациях автора [22, 23, 43, 44, 45].

### 3.1 Построение математических моделей динамики производства энергии

#### 3.1.1 Разработка ковариационно-стационарных моделей временных рядов в форме стохастических разностных уравнений с детерминированным трендом

Для устранения существующих серьёзных недостатков известных математических моделей динамики производства энергии в виде мультипликативно-степенных производственных функций, рассмотренных в первой главе, рассмотрим использование ковариационно-стационарных моделей временных рядов в форме стохастических разностных уравнений с детерминированным трендом в виде [45, 61]:

$$y_k = \sum_{j=1}^p \lambda_j y_{k-j} + \sum_{j=p+1}^{m+p+1} \lambda_j t_k^{j-(p+1)} + u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, \bar{a}) + \varepsilon_k, \quad (3.1)$$

где  $y_k = \sum_{j=1}^p \lambda_j y_{k-j} + \varepsilon_k$  — стохастическое разностное уравнение в форме модели

авторегрессии порядка  $p$ ;  $P_m(t_k) = \sum_{j=p+1}^{m+p+1} \lambda_j t_k^{j-(p+1)}$  — детерминированный тренд в

форме многочлена степени  $m$  относительно временной переменной  $t_k$ ;

$u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, \bar{a})$  — детерминированная, в общем случае нелинейная, трехфакторная

функция с вектором параметров  $\bar{a} = (\lambda_{m+p+2}, \lambda_{m+p+3}, \dots, \lambda_n)^T$ ,  $\varepsilon_k$  —

последовательность независимых случайных величин с нулевым математическим

ожиданием и одинаковыми дисперсиями  $\sigma_\varepsilon^2$ :  $M[\varepsilon_k] = 0$ ,  $\text{cov}[\varepsilon_k, \varepsilon_{k \pm p}] = \begin{cases} 0, & p \neq 0; \\ \sigma_\varepsilon^2, & p = 0. \end{cases}$

При нелинейной зависимости  $u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, \bar{a})$  на основе её линеаризации в окрестности точки  $\bar{a}^{(i)} = (\hat{\lambda}_{m+p+2}^{(i)}, \hat{\lambda}_{m+p+3}^{(i)}, \dots, \hat{\lambda}_n^{(i)})^T$  имеем:

$$u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, \bar{a}) \approx u_k^{(i)} + \sum_{j=m+p+2}^n \frac{\partial u_k^{(i)}}{\partial \lambda_j} (\lambda_j - \hat{\lambda}_j^{(i)}),$$

где  $u_k^{(i)} = (x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}, \hat{\lambda}_{m+p+2}^{(i)}, \hat{\lambda}_{m+p+3}^{(i)}, \dots, \hat{\lambda}_n^{(i)})^T$ , ковариационно-стационарную модель временного ряда (3.1) можно привести к линейному виду  $z_k^{(i)} = \lambda^T f_k^{(i)} + \varepsilon_k$  или

$$z^{(i)} = F^{(i)} \lambda + \varepsilon, \quad (3.2)$$

где  $z_k^{(i)} = y_k - u_k^{(i)} + \sum_{j=m+p+2}^n \frac{\partial u_k^{(i)}}{\partial \lambda_j} \hat{\lambda}_j^{(i)}$  —  $k$ -ый элемент вектора  $z^{(i)}$ ;

$$f_k^{(i)} = \left( y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-p}, 1, t_k, t_k^2, \dots, t_k^m, \frac{\partial u_k^{(i)}}{\partial \lambda_{m+p+2}}, \dots, \frac{\partial u_k^{(i)}}{\partial \lambda_n} \right) — k\text{-ая строка матрицы } F^{(i)};$$

$\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p, \lambda_{p+1}, \dots, \lambda_{p+m+1}, \lambda_{p+m+2}, \dots, \lambda_n)^T$  — вектор искомых коэффициентов линейной регрессионной модели (3.2) при  $k = p, p+1, \dots, N-1$ , где  $N$  — объем выборки результатов наблюдений.

С учетом критерия среднеквадратичного оценивания (1.37):  $\|e\|^2 \rightarrow \min$  новое, уточненное значение вектора  $\hat{\lambda}^{(i+1)}$  оценок коэффициентов разностного уравнения (3.1) находится по формуле:

$$\hat{\lambda}^{(i+1)} = [F^{(i)T} F^{(i)}]^{-1} F^{(i)T} z^{(i)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (3.3)$$

Рассматриваемые в данной главе математические модели, описывающие процессы энергопроизводства для задач системного анализа эффективности функционирования региональной энергосистемы, систематизированы по трём группам.

К первой группе относятся наиболее простые, трех факторные регрессионные модели, образованные на основе производственных функций: линейной и мультипликативно-степенной:

– трех факторная регрессионная модель, построенная на основе линейной производственной функции:

$$y_k = \lambda_1 x_{1k} + \lambda_2 x_{2k} + \lambda_3 x_{3k} + \varepsilon_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (3.4)$$

– трех факторная нелинейная регрессионная модель, построенная на основе нелинейной мультипликативно-степенной производственной функции:

$$y_k = \lambda_1 x_{1k}^{\lambda_2} x_{2k}^{\lambda_3} x_{3k}^{\lambda_4} + \varepsilon_k, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (3.5)$$

Вторую группу образуют ковариационно-стационарные модели (3.1) в форме стохастических разностных уравнений временных рядов, включающие детерминированный полиномиальный тренд  $P_m(t_k)$  и, в общем случае, нелинейную функцию входных воздействий (факторов)  $u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k})$ :

– ковариационно-стационарная стохастическая модель в форме разностного уравнения с линейным полиномиальным трендом второго порядка

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \lambda_3 + \lambda_4 t_k + \lambda_5 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = \overline{2, N-1}; \quad (3.6)$$

– ковариационно-стационарная стохастическая модель в форме разностного уравнения с полиномиальным трендом нулевого порядка и линейной функцией входных воздействий (факторов)

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 + \lambda_3 x_{1k} + \lambda_4 x_{2k} + \lambda_5 x_{3k} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.7)$$

– ковариационно-стационарная стохастическая модель в форме разностного уравнения с нелинейным трендом в форме мультипликативно-степенной трехфакторной производственной функции

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \lambda_3 x_{1k}^{\lambda_4} x_{2k}^{\lambda_5} x_{3k}^{\lambda_6} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{2, N-1}. \quad (3.8)$$

Третью группу образуют ковариационно-стационарные стохастические модели временных рядов, построенные на основе регрессионных моделей вида  $y_k = u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}) + \eta_k$ , в которых  $u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k})$  — производственная функция (линейная или мультипликативно-степенная) [27], а случайное возмущение  $\eta_k$  описывается авторегрессионной моделью временного ряда первого:  $\eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k$ , или второго:  $\eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \lambda_2 \eta_{k-2} + \varepsilon_k$ , порядка.

**Разработка ковариационно-стационарных моделей временных рядов на основе линейной и нелинейной регрессии.** При описании случайного возмущения моделью авторегрессии первого порядка имеем систему уравнений

$$\begin{cases} y_k = u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}) + \eta_k, & k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \\ \eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k, & |\lambda_1| < 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots, N-1. \end{cases} \quad (3.9)$$

Второе уравнение в (3.9) можно доопределить для  $\eta_0$ . Найдем дисперсию  $\sigma_\eta^2$ .

С учетом стационарности процесса и очевидных условий  $M[\eta_k] = 0$  и  $M[\eta_{k-1}\varepsilon_k] = 0$  имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_\eta^2 &= \sigma^2[\eta_k] = M[(\eta_k - M[\eta_k])^2] = M[\eta_k^2] = M[(\lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k)^2] = \\ &= \lambda_1^2 M[\eta_{k-1}^2] + 2\lambda_1 M[\eta_{k-1}\varepsilon_k] + M[\varepsilon_k^2] = \lambda_1^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2. \end{aligned}$$

Отсюда:  $\sigma_\eta^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \lambda_1^2}$ . Величину  $\eta_0$  будем искать из равенства  $\mu\eta_0 = \varepsilon_0$  с

учетом формулы  $\sigma^2[\mu\eta_0] = \mu^2 \sigma^2[\eta_0] = \sigma^2[\varepsilon_0]$ . Отсюда:  $\mu^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\eta^2} = 1 - \lambda_1^2$ ,

$$\sqrt{1 - \lambda_1^2} \eta_0 = \varepsilon_0.$$

Тогда из соотношений

$$\begin{cases} \sqrt{1 - \lambda_1^2} \eta_0 = \varepsilon_0; \\ y_0 - u(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = \eta_0, & k = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \eta_k - \lambda_1 \eta_{k-1} = \varepsilon_k; \\ \eta_k = y_k - u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}); \\ \eta_{k-1} = y_{k-1} - u(x_{1,k-1}, x_{2,k-1}, x_{3,k-1}), \\ k = 1, 2, 3, \dots, N-1, \end{cases}$$

получаем систему уравнений, описывающую временной ряд наблюдений:

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \sqrt{1 - \lambda_1^2} [y_0 - u(x_{10}, x_{20}, x_{30})] + \varepsilon_0; \\ y_k = u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}) + \lambda_1 [y_{k-1} - u(x_{1,k-1}, x_{2,k-1}, x_{3,k-1})] + \varepsilon_k; & k = 1, 2, 3, \dots, N-1. \end{cases} \quad (3.10)$$

Аналогично можно сформировать систему уравнений при описании случайного возмущения моделью авторегрессии второго порядка:

$$\begin{cases} y_k = u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}) + \eta_k, & k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \\ \eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \lambda_2 \eta_{k-2} + \varepsilon_k, & |\lambda_2| < 1, \quad k = 2, 3, \dots, N-1. \end{cases} \quad (3.11)$$

Найдем дисперсию  $\sigma_\eta^2$  и ковариацию  $\text{cov}[\eta_k, \eta_{k-1}]$ . С учетом стационарности процесса и очевидных условий  $M[\eta_k] = 0$ ,  $M[\eta_{k-1}\varepsilon_k] = 0$  и  $M[\eta_{k-2}\varepsilon_k] = 0$  имеем:

$$\begin{aligned}\text{cov}[\eta_{k-1}, \eta_{k-2}] &= M[\eta_{k-1}\eta_{k-2}] = M[(\lambda_1\eta_{k-2} + \lambda_2\eta_{k-3} + \varepsilon_{k-1})\eta_{k-2}] = \\ &= \lambda_1\sigma_\eta^2 + \lambda_2M[\eta_{k-2}\eta_{k-3}] + M[\eta_{k-2}\varepsilon_{k-1}] = \lambda_1\sigma_\eta^2 + \lambda_2\text{cov}[\eta_{k-2}, \eta_{k-3}].\end{aligned}$$

Отсюда имеем  $\text{cov}[\eta_{k-1}, \eta_{k-2}] = \frac{\lambda_1}{1-\lambda_2}\sigma_\eta^2$ . Тогда:

$$\begin{aligned}\sigma_\eta^2 &= M[\eta_k^2] = M[(\lambda_1\eta_{k-1} + \lambda_2\eta_{k-2} + \varepsilon_k)^2] = \lambda_1^2\sigma_\eta^2 + \lambda_2^2\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2 + 2\lambda_1\lambda_2M[\eta_{k-1}\eta_{k-2}] + \\ &+ 2\lambda_1M[\eta_{k-1}\varepsilon_k] + 2\lambda_2M[\eta_{k-2}\varepsilon_k] = \lambda_1^2\sigma_\eta^2 + \lambda_2^2\sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2 + \frac{2\lambda_1^2\lambda_2}{1-\lambda_2}\sigma_\eta^2.\end{aligned}$$

Отсюда после простых алгебраических преобразований получаем:

$$\sigma_\eta^2 = \frac{1-\lambda_2}{(1+\lambda_2)[(1-\lambda_2)^2 - \lambda_1^2]}\sigma_\varepsilon^2. \quad (3.12)$$

Доопределим систему уравнений (3.11) для  $\eta_0$  и  $\eta_1$ , которые будем искать из соотношений

$$\begin{cases} \mu_{11}\eta_0 = \varepsilon_0; \\ \mu_{21}\eta_0 + \mu_{22}\eta_1 = \varepsilon_1. \end{cases} \quad (3.13)$$

Из первого уравнения системы (3.13) получаем:

$$\begin{aligned}\sigma^2[\mu_{11}\eta_0] &= \mu_{11}^2\sigma^2[\eta_0] = \sigma^2[\varepsilon_0]. \text{ Отсюда: } \mu_{11}^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\eta^2} = \frac{(1+\lambda_2)[(1-\lambda_2)^2 - \lambda_1^2]}{1-\lambda_2}, \\ \mu_{11} &= \sqrt{\frac{(1+\lambda_2)[(1-\lambda_2)^2 - \lambda_1^2]}{1-\lambda_2}}.\end{aligned} \quad (3.14)$$

Элементы  $\mu_{21}$  и  $\mu_{22}$  найдем из системы равенств:

$$\begin{cases} \sigma^2[\mu_{21}\eta_0 + \mu_{22}\eta_1] = \sigma^2[\varepsilon_1]; \\ \text{cov}[\varepsilon_0, \varepsilon_1] = 0. \end{cases}$$

Из первого равенства получаем:  $\mu_{21}^2\sigma_\eta^2 + 2\mu_{21}\mu_{22}\text{cov}[\eta_0, \eta_1] + \mu_{22}^2\sigma_\eta^2 = \sigma_\varepsilon^2$ .

Из второго равенства получаем:

$$\text{cov}[\varepsilon_0, \varepsilon_1] = \text{cov}[\mu_{11}\eta_0, \mu_{21}\eta_0 + \mu_{22}\eta_1] = \mu_{11}\mu_{21}\sigma_\eta^2 + \mu_{11}\mu_{22}\text{cov}[\eta_0, \eta_1] = 0.$$

Отсюда имеем:

$$\begin{aligned} \mu_{21} &= -\frac{\text{cov}[\eta_0, \eta_1]}{\sigma_\eta^2} \mu_{22} = -\frac{\lambda_1}{1-\lambda_2} \mu_{22}, \\ \frac{\lambda_1^2}{(1-\lambda_2)^2} \mu_{22}^2 \sigma_\eta^2 - \frac{2\lambda_1}{1-\lambda_2} \mu_{22}^2 \frac{\lambda_1}{1-\lambda_2} \sigma_\eta^2 + \mu_{22}^2 \sigma_\eta^2 &= \sigma_\varepsilon^2, \\ \left[1 - \frac{\lambda_1^2}{(1-\lambda_2)^2}\right] \mu_{22}^2 &= \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\eta^2} = \frac{(1+\lambda_2)[(1-\lambda_2)^2 - \lambda_1^2]}{1-\lambda_2}, \\ \mu_{22} &= \sqrt{1-\lambda_2^2}, \quad \mu_{21} = -\frac{\lambda_1}{1-\lambda_2} \mu_{22} = -\lambda_1 \frac{\sqrt{1+\lambda_2}}{\sqrt{1-\lambda_2}}. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Тогда из соотношений

$$\begin{cases} \mu_{11}\eta_0 = \varepsilon_0; & y_0 - u(x_{10}, x_{20}, x_{30}) = \eta_0, \quad k=0; \\ \mu_{21}\eta_0 + \mu_{22}\eta_1 = \varepsilon_1; & y_1 - u(x_{11}, x_{21}, x_{31}) = \eta_1, \quad k=1; \\ \eta_k - \lambda_1\eta_{k-1} - \lambda_2\eta_{k-2} = \varepsilon_k; & \eta_k = y_k - u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}); \\ \eta_{k-1} = y_{k-1} - u(x_{1,k-1}, x_{2,k-1}, x_{3,k-1}), & \\ \eta_{k-2} = y_{k-2} - u(x_{1,k-2}, x_{2,k-2}, x_{3,k-2}), & k=2, 3, \dots, N-1, \end{cases}$$

получаем систему уравнений, описывающую временной ряд наблюдений:

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \mu_{11}[y_0 - u(x_{10}, x_{20}, x_{30})] + \varepsilon_0; \\ y_1 = y_1 - \mu_{21}[y_0 - u(x_{10}, x_{20}, x_{30})] - \mu_{22}[y_1 - u(x_{11}, x_{21}, x_{31})] + \varepsilon_1; \\ y_k = u(x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}) + \lambda_1[y_{k-1} - u(x_{1,k-1}, x_{2,k-1}, x_{3,k-1})] + \\ \quad + \lambda_2[y_{k-2} - u(x_{1,k-2}, x_{2,k-2}, x_{3,k-2})] + \varepsilon_k; \quad k=2, 3, \dots, N-1, \end{cases} \quad (3.16)$$

в которой соотношения  $\mu_{11}(\lambda_1, \lambda_2)$ ,  $\mu_{21}(\lambda_1, \lambda_2)$  и  $\mu_{22}(\lambda_2)$  определяются формулами (3.14) и (3.15).

При линейной:  $u(x_1, x_2, x_3) = \alpha x_1 + \beta x_2 + \gamma x_3$ , и мультипликативно-степенной:  $u(x_1, x_2, x_3) = Ax_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma$ , производственных функциях системы уравнений (3.10) и (3.16) принимают вид:

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \sqrt{1 - \lambda_1^2} (y_0 - \lambda_2 x_{10} - \lambda_3 x_{20} - \lambda_4 x_{30}) + \varepsilon_0; \\ y_k = \lambda_2 x_{1k} + \lambda_3 x_{2k} + \lambda_4 x_{3k} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 x_{1,k-1} - \lambda_3 x_{2,k-1} - \lambda_4 x_{3,k-1}) + \varepsilon_k; \\ k = 1, 2, 3, \dots, N-1, \end{cases} \quad (3.17)$$

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \sqrt{1 - \lambda_1^2} (y_0 - \lambda_2 x_{10}^{\lambda_3} x_{20}^{\lambda_4} x_{30}^{\lambda_5}) + \varepsilon_0; \\ y_k = \lambda_2 x_{1k}^{\lambda_3} x_{2k}^{\lambda_4} x_{3k}^{\lambda_5} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 x_{1,k-1}^{\lambda_3} x_{2,k-1}^{\lambda_4} x_{3,k-1}^{\lambda_5}) + \varepsilon_k; \\ k = 1, 2, 3, \dots, N-1, \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \mu_{11} (y_0 - \lambda_3 x_{10} - \lambda_4 x_{20} - \lambda_5 x_{30}) + \varepsilon_0; \\ y_1 = y_1 - \mu_{21} (y_0 - \lambda_3 x_{10} - \lambda_4 x_{20} - \lambda_5 x_{30}) - \mu_{22} (y_1 - \lambda_3 x_{11} - \lambda_4 x_{21} - \lambda_5 x_{31}) + \varepsilon_1; \\ y_k = \lambda_3 x_{1k} + \lambda_4 x_{2k} + \lambda_5 x_{3k} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_3 x_{1,k-1} - \lambda_4 x_{2,k-1} - \lambda_5 x_{3,k-1}) + \\ + \lambda_2 (y_{k-2} - \lambda_3 x_{1,k-2} - \lambda_4 x_{2,k-2} - \lambda_5 x_{3,k-2}) + \varepsilon_k; \\ k = 2, 3, \dots, N-1, \end{cases} \quad (3.19)$$

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \mu_{11} (y_0 - \lambda_3 x_{10}^{\lambda_4} x_{20}^{\lambda_5} x_{30}^{\lambda_6}) + \varepsilon_0; \\ y_1 = y_1 - \mu_{21} (y_0 - \lambda_3 x_{10}^{\lambda_4} x_{20}^{\lambda_5} x_{30}^{\lambda_6}) - \mu_{22} (y_1 - \lambda_3 x_{11}^{\lambda_4} x_{21}^{\lambda_5} x_{31}^{\lambda_6}) + \varepsilon_1; \\ y_k = \lambda_3 x_{1k}^{\lambda_4} x_{2k}^{\lambda_5} x_{3k}^{\lambda_6} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_3 x_{1,k-1}^{\lambda_4} x_{2,k-1}^{\lambda_5} x_{3,k-1}^{\lambda_6}) + \\ + \lambda_2 (y_{k-2} - \lambda_3 x_{1,k-2}^{\lambda_4} x_{2,k-2}^{\lambda_5} x_{3,k-2}^{\lambda_6}) + \varepsilon_k; \\ k = 2, 3, \dots, N-1, \end{cases} \quad (3.20)$$

где зависимости  $\mu_{11}(\lambda_1, \lambda_2)$ ,  $\mu_{21}(\lambda_1, \lambda_2)$  и  $\mu_{22}(\lambda_2)$  описываются формулами (3.14) и (3.15).

Ковариационно-стационарные модели временных рядов в форме разностных уравнений (3.17) – (3.20) образуют третью группу математических моделей, описывающих процессы энергопроизводства при системном анализе эффективности функционирования региональной энергосистемы.

Модели (3.4), (3.6) и (3.7) линейные, а модели (3.5), (3.8), (3.17) – (3.20) нелинейные относительно параметров, подлежащих оценке на основе результатов наблюдений в форме статистических данных, публикуемых в ежегодной

отчетности региональных министерств и энергетических компаний. Отметим также, что во всех представленных выше моделях (3.4) – (3.8), (3.17) – (3.20) предполагается, что случайные возмущения  $\varepsilon_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , в результатах наблюдений имеют нулевое математическое ожидание и не коррелированы друг

с другом:  $M[\varepsilon_k] = 0$ ,  $M[\varepsilon_k \varepsilon_{k \pm s}] = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2, & s = 0; \\ 0, & s \neq 0. \end{cases}$  Поэтому в качестве критерия

среднеквадратичного оценивания параметров моделей используется минимизация

суммы квадратов остатков  $\sum_{k=0}^{31} (y_k - \hat{y}_k)^2 = \|y - \hat{y}\|^2 = \|e\|^2 \rightarrow \min$ . Проверка

обоснованности выбора такого критерия строится на основе анализа остатков, выявления в них корреляции и статистики Дарбина-Уотсона [138, 139].

Применение методов регрессионного анализа позволяет находить, а для нелинейных моделей уточнять, оценки коэффициентов математической модели по формуле (3.3). При этом элементы вектора  $z$  и элементы  $f_{k,j}$  вектора-строки  $f_k$  матрицы  $F$  описываются следующим образом.

Для трех факторной линейной регрессионной модели (3.4), построенной на основе линейной производственной функции, из соотношений:

$$\begin{cases} z_k = y_{k-1}; \\ f_k = (x_{1,k-1}, x_{2,k-1}, x_{3,k-1}), \end{cases} \quad \overline{k = 1, N}. \quad (3.21)$$

Для трех факторной линейной регрессионной модели (3.5), построенной на основе мультипликативно-степенной производственной функции, из соотношений:

$$\begin{cases} u_k^{(i)} = \lambda_1^{(i)} x_{1k}^{\lambda_2^{(i)}} x_{2k}^{\lambda_3^{(i)}} x_{3k}^{\lambda_4^{(i)}}, & k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \\ z_k^{(i)} = y_{k-1} + u_{k-1}^{(i)} \left( \lambda_2^{(i)} \ln x_{1,k-1} + \lambda_3^{(i)} \ln x_{2,k-1} + \lambda_4^{(i)} \ln x_{3,k-1} \right); \\ f_k^{(i)} = u_{k-1}^{(i)} \left( \frac{1}{\lambda_1^{(i)}}, \ln x_{1,k-1}, \ln x_{2,k-1}, \ln x_{3,k-1} \right), & k = \overline{1, N}. \end{cases} \quad (3.22)$$

Для линейной ковариационно-стационарной модели (3.6) в форме разностного уравнения с полиномиальным трендом второго порядка, из соотношений:

$$\begin{cases} z_k = y_{k+1}; \\ f_k = (y_k, y_{k-1}, 1, t_{k+1}, t_{k+1}^2), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-2}. \quad (3.23)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.7) в форме разностного уравнения с полиномиальным трендом нулевого порядка и линейной функцией входных воздействий (факторов) имеем:

$$\begin{cases} z_k = y_k; \\ f_k = (y_{k-1}, 1, x_{1k}, x_{2k}, x_{3k}), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.24)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.8) в форме разностного уравнения с нелинейным трендом в форме мультипликативно-степенной трех факторной функции имеем:

$$\begin{cases} u_k^{(i)} = \lambda_3^{(i)} x_{1k}^{\lambda_4^{(i)}} x_{2k}^{\lambda_5^{(i)}} x_{3k}^{\lambda_6^{(i)}}, \quad k = \overline{2, N-1}; \\ z_k^{(i)} = y_{k+1} + u_{k+1}^{(i)} \left( \lambda_4^{(i)} \ln x_{1,k+1} + \lambda_5^{(i)} \ln x_{2,k+1} + \lambda_6^{(i)} \ln x_{3,k+1} \right); \\ f_k^{(i)} = \left( y_k, y_{k-1}, \frac{u_{k+1}^{(i)}}{\lambda_3^{(i)}}, u_{k+1}^{(i)} \ln x_{1,k+1}, u_{k+1}^{(i)} \ln x_{2,k+1}, u_{k+1}^{(i)} \ln x_{3,k+1} \right), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-2}. \quad (3.25)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.17), построенной на основе линейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией первого порядка, имеем:

$$\begin{cases} u_k^{(i)} = \lambda_2^{(i)} x_{1k} + \lambda_3^{(i)} x_{2k} + \lambda_4^{(i)} x_{3k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-2; \\ z_k^{(i)} = y_k - \lambda_1^{(i)} u_{k-1}^{(i)}; \\ f_k^{(i)} = (y_{k-1} - u_{k-1}^{(i)}, x_{1k} - \lambda_1^{(i)} x_{1,k-1}, x_{2k} - \lambda_1^{(i)} x_{2,k-1}, x_{3k} - \lambda_1^{(i)} x_{3,k-1}), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.26)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.18), построенной на основе нелинейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией первого порядка, имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_k^{(i)} = \lambda_2^{(i)} x_{1k}^{\lambda_3^{(i)}} x_{2k}^{\lambda_4^{(i)}} x_{3k}^{\lambda_5^{(i)}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \\ z_k^{(i)} = y_k + u_k^{(i)} \left( \lambda_3^{(i)} \ln x_{1k} + \lambda_4^{(i)} \ln x_{2k} + \lambda_5^{(i)} \ln x_{3k} \right) - \\ \quad - \lambda_1^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \left( 1 + \lambda_3^{(i)} \ln x_{1,k-1} + \lambda_4^{(i)} \ln x_{2,k-1} + \lambda_5^{(i)} \ln x_{3,k-1} \right); \\ f_k^{(i)} = \left( y_{k-1} - u_{k-1}^{(i)}, \frac{1}{\lambda_2^{(i)}} \left( u_k^{(i)} - \lambda_1^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \right), u_k^{(i)} \ln x_{1k} - \lambda_1^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \ln x_{1,k-1}, \right. \\ \quad \left. u_k^{(i)} \ln x_{2k} - \lambda_1^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \ln x_{2,k-1}, u_k^{(i)} \ln x_{3k} - \lambda_1^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \ln x_{3,k-1} \right), \quad k = \overline{1, N-1}. \end{array} \right. \quad (3.27)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.19), построенной на основе линейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией второго порядка, имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_k^{(i)} = \lambda_3^{(i)} x_{1k} + \lambda_4^{(i)} x_{2k} + \lambda_5^{(i)} x_{3k}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-2; \\ z_k^{(i)} = y_{k+1} - \lambda_1^{(i)} u_k^{(i)} - \lambda_2^{(i)} u_{k-1}^{(i)}; \\ f_k^{(i)} = \left( y_k - u_k^{(i)}, y_{k-1} - u_{k-1}^{(i)}, x_{1,k+1} - \lambda_1^{(i)} x_{1,k} - \lambda_2^{(i)} x_{1,k-1}, \right. \\ \quad \left. x_{2,k+1} - \lambda_1^{(i)} x_{2,k} - \lambda_2^{(i)} x_{2,k-1}, x_{3,k+1} - \lambda_1^{(i)} x_{3,k} - \lambda_2^{(i)} x_{3,k-1} \right), \quad k = \overline{1, N-2}. \end{array} \right. \quad (3.28)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.20), построенной на основе нелинейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией второго порядка, имеем:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_k^{(i)} = \lambda_3^{(i)} x_{1k}^{\lambda_4^{(i)}} x_{2k}^{\lambda_5^{(i)}} x_{3k}^{\lambda_6^{(i)}}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \\ z_k^{(i)} = y_{k+1} + u_{k+1}^{(i)} \left( \lambda_4^{(i)} \ln x_{1,k+1} + \lambda_5^{(i)} \ln x_{2,k+1} + \lambda_6^{(i)} \ln x_{3,k+1} \right) - \\ \quad - \lambda_1^{(i)} u_k^{(i)} \left( 1 + \lambda_4^{(i)} \ln x_{1,k} + \lambda_5^{(i)} \ln x_{2,k} + \lambda_6^{(i)} \ln x_{3,k} \right) - \\ \quad - \lambda_2^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \left( 1 + \lambda_4^{(i)} \ln x_{1,k-1} + \lambda_5^{(i)} \ln x_{2,k-1} + \lambda_6^{(i)} \ln x_{3,k-1} \right); \\ f_k^{(i)} = \left[ y_k - u_k^{(i)}, y_{k-1} - u_{k-1}^{(i)}, \frac{1}{\lambda_3^{(i)}} \left( u_{k+1}^{(i)} - \lambda_1^{(i)} u_k^{(i)} - \lambda_2^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \right), \right. \\ \quad u_{k+1}^{(i)} \ln x_{1,k+1} - \lambda_1^{(i)} u_k^{(i)} \ln x_{1,k} - \lambda_2^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \ln x_{1,k-1}, \\ \quad u_{k+1}^{(i)} \ln x_{2,k+1} - \lambda_1^{(i)} u_k^{(i)} \ln x_{2,k} - \lambda_2^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \ln x_{2,k-1}, \\ \quad \left. u_{k+1}^{(i)} \ln x_{3,k+1} - \lambda_1^{(i)} u_k^{(i)} \ln x_{3,k} - \lambda_2^{(i)} u_{k-1}^{(i)} \ln x_{3,k-1} \right], \quad k = \overline{1, N-2}. \end{array} \right. \quad (3.29)$$

На основе статистических данных функционирования энергосистемы была проведена параметрическая идентификация девяти построенных математических моделей динамики производства энергии (3.4)–(3.8), (3.17) – (3.20).

### 3.1.2 Результаты математического моделирования динамики суммарного производства энергии энергосистемой на основе результатов наблюдений

На основе статистических данных, публикуемых в ежегодной отчетности региональных министерств и энергетических компаний за период времени с 1990 по 2021 годы, приведенных в приложении В, с учетом представленных выше соотношений, по алгоритму, описанному формулой (3.3), построены девять математических моделей динамики суммарного производства энергии энергосистемой. Полученные в ходе исследования численные значения параметров математических моделей и показатели их качества систематизированы в таблице 3.1.

Таблица 3.1 – Результаты расчета параметров математических моделей

Модель		Коэффициенты модели						$Q_{ocm}$	$s, \%$	$cond$	$DW$
№	формула	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$				
1	(3.4)	-0,038	-0,048	1,103				0,022	4,2%	214	0,8
2	(3.5)	1,008	-0,167	-0,058	1,035			0,017	3,7%	71	1,0
3	(3.6)	0,921	-0,199	108,2	-0,106	$2,6 \cdot 10^{-5}$		0,032	5,5%	$1,5 \cdot 10^7$	2,2
4	(3.7)	0,276	0,070	-0,047	-0,053	0,750		0,011	3,2%	4535	1,6
5	(3.8)	0,314	-0,038	0,730	-0,158	-0,099	1,071	0,011	3,3%	2469	1,6
6	(3.17)	0,785	-0,009	0,009	0,953			0,013	3,4%	170	1,9
7	(3.18)	0,684	0,965	-0,128	0,016	0,945		0,012	3,3%	77	1,9
8	(3.19)	0,885	-0,123	0,0099	0,017	0,894		0,013	3,5%	769	2,1
9	(3.20)	0,818	-0,108	0,900	-0,063	0,037	0,853	0,012	3,4%	203	2,1

В последних четырех столбцах таблицы 1 приведены:

–  $Q_{ocm} = \|y - \hat{y}\|^2$  — сумма квадратов отклонений результатов расчета  $\hat{y}_k$  по модели от результатов наблюдений;

–  $s, \% = \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y\|} \cdot 100\%$  — оценка относительного отклонения модели от эксперимента;

–  $cond$  — число обусловленности матрицы нормальной системы уравнений  $F^{(i)T} F^{(i)}$ , характеризующее устойчивость вычисления среднеквадратичных оценок параметров модели;

–  $DW = 2(1 - r)$  — статистика Дарбина-Уотсона, на основе которой можно сделать вывод о наличии автокорреляции первого порядка в случайном возмущении  $\varepsilon_k$ , где  $r$  — выборочный коэффициент корреляции.

При статистическом анализе полученных результатов, приведенных в таблице 3.1, можно сделать следующие выводы. Во-первых, построенные модели №№ 4 – 9: формулы (3.7), (3.8), (3.17) – (3.20), с достаточно высокой степенью адекватности аппроксимируют результаты наблюдений. Причем графики функций, описывающих динамику выпуска продукции энергопроизводств, построенные на основе моделей 4 и 5 (кривая 2 на рисунке 3.1) и моделей 6 – 9 (кривая 3 на рисунке 3.1), практически совпадают. Точки 1 на рисунке 3.1 отображают статистические данные выпуска продукции энергопроизводств в относительных единицах.

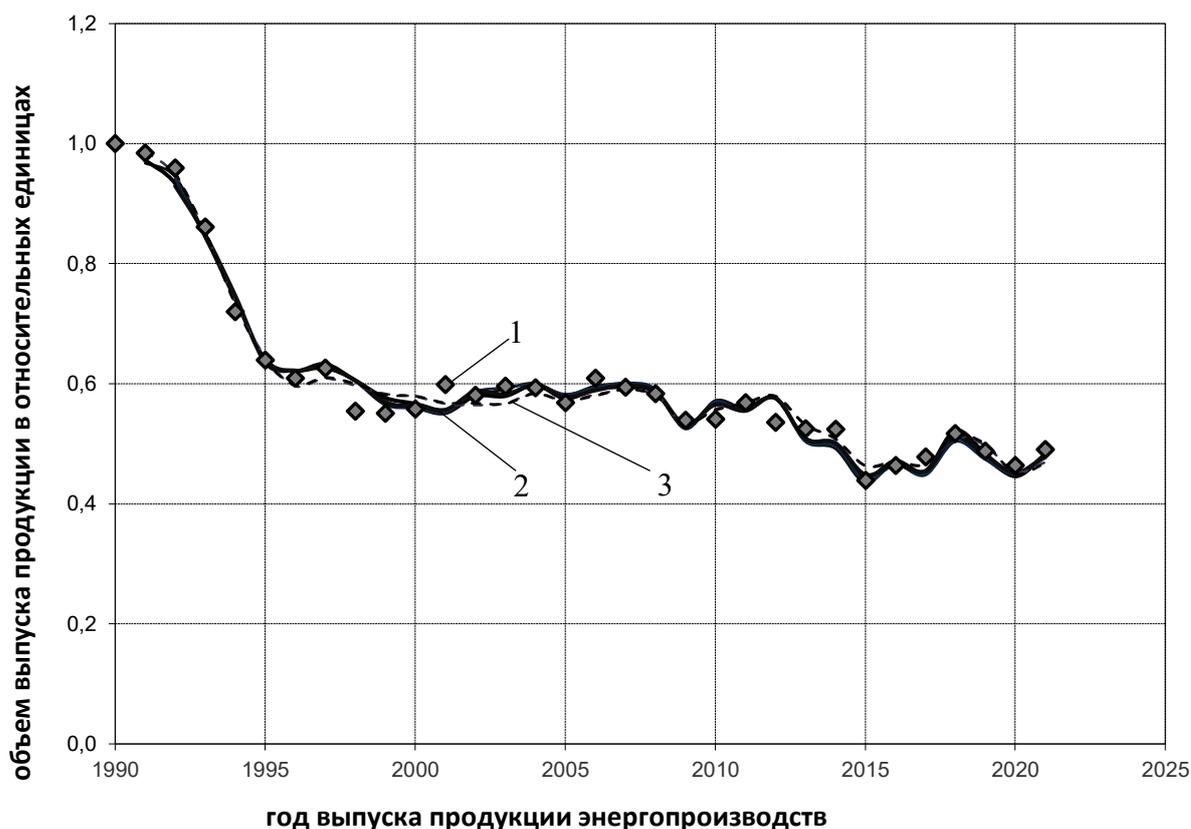


Рисунок 3.1 – Графики функций, описывающих динамику выпуска продукции энергопроизводств

Во-вторых, с учетом плохой обусловленности матрицы нормальной системы уравнений  $F^{(i)T} F^{(i)}$  при вычислении среднеквадратичных оценок параметров математической модели (3.6) в форме разностного уравнения с полиномиальным трендом второго порядка можно сделать вывод о наличии мультиколлинеарности, отрицательные последствия которой проявляются в виде неустойчивости как оценок, так и самой процедуры оценивания, а также в резком увеличении дисперсии оценок параметров и уменьшении точности предсказания по модели [12, 32]. Вследствие этого данная модель не может быть рекомендована к практическому применению при описании динамики выпуска продукции региональной энергосистемы и достоверного прогноза на её основе.

В-третьих, из анализа остатков  $e = y_k - \hat{y}_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, 31$ , и оценки  $d$  – статистики Дарбина-Уотсона, следует, что практически во всех моделях временного ряда наблюдений (из первой и второй групп по описанной выше систематизации) имеет место автокорреляция между элементами случайной величины  $\varepsilon_k$ . В связи с этим среднеквадратичное оценивание параметров модели на основе классического метода наименьших квадратов (МНК):  $\|e\|^2 = \|y - \hat{y}\|^2 \rightarrow \min$ , приводит не только к неэффективности этих оценок, но и к существенному занижению оценок дисперсий результатов расчета, в силу чего оценки дисперсии  $\sigma_\varepsilon^2$  оказываются смещенными, и создается неверное впечатление о точности прогноза по модели, представленной в работах [32, 114].

В-четвертых, статистический анализ построенных моделей (3.17) – (3.20) из третьей группы показал нецелесообразность использования при описании временного ряда случайных возмущений в результатах наблюдений модели авторегрессии AP(2) второго порядка:  $\eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \lambda_2 \eta_{k-2} + \varepsilon_k$ , а вполне достаточно ограничиться авторегрессией AP(1) первого порядка:  $\eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k$ . То есть отдается предпочтение моделям (3.17) и (3.18).

Окончательный выбор математической модели, наиболее эффективно аппроксимирующей результаты наблюдений в форме статистических данных,

публикуемых в ежегодной отчетности региональных министерств и энергетических компаний, может быть сделан на основе анализа погрешности прогноза, сделанного по соответствующей модели, на один год или несколько лет вперед.

### 3.1.3 Сравнительный анализ разработанных математических моделей на основе оценки погрешности прогноза

Исследования разработанных математических моделей для достижения данной цели проводились в виде серии ретроспективных прогнозов на 1 или несколько лет вперед.

На рисунке 3.2. приведены значения относительных погрешностей прогнозов для моделей 1 – 9 (формулы (3.4) – (3.8), (3.17) – (3.20)), построенных по выборке объемом  $N = 31$  год на 1 год вперед. На рисунке 3.2 и на всех последующих рисунках синим цветом обозначены относительные погрешности прогнозов по построенным моделям, фиолетовым цветом – радиусы доверительных интервалов прогнозов в относительных единицах.

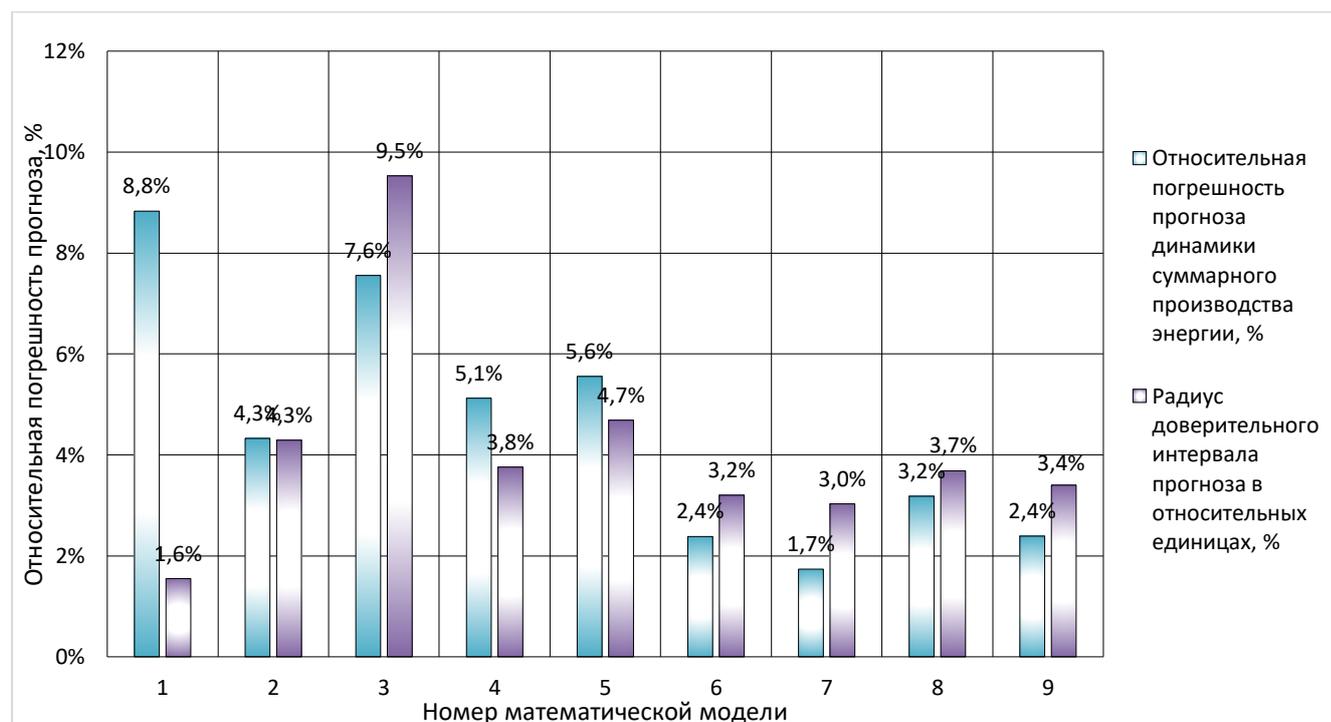


Рисунок 3.2 – Относительные погрешности прогноза динамики суммарного производства энергии на 2021 год для моделей 1–9

Также была проведена оценка погрешностей ретроспективных прогнозов изменения выпуска суммарной энергии по выборкам объемом  $N = 10$  лет на  $p = 1$  год вперед. На рисунках 3.3 – 3.11 проиллюстрированы прогнозные значения функций, описывающих динамику выпуска суммарной энергии и построенных на основе математических моделей 1–9, соответственно, и границы доверительных интервалов прогнозов в сравнении со статистическими данными выпуска продукции энергопроизводства.

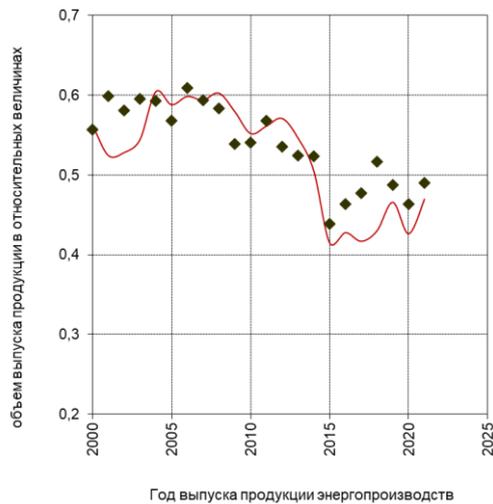


Рисунок 3.3 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 1 (3.4)

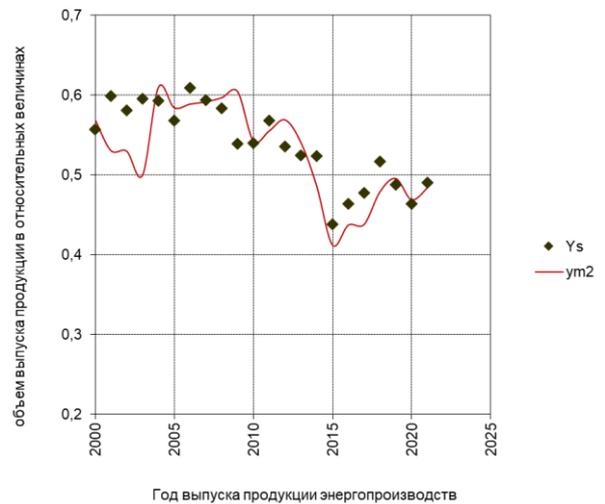


Рисунок 3.4 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 2 (3.5)

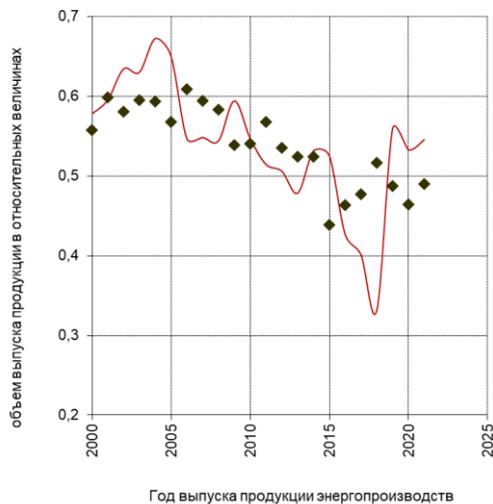


Рисунок 3.5 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 3 (3.6)

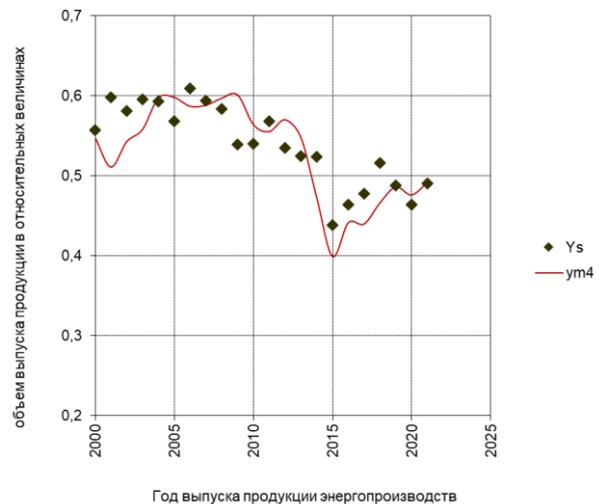


Рисунок 3.6 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 4 (3.7)

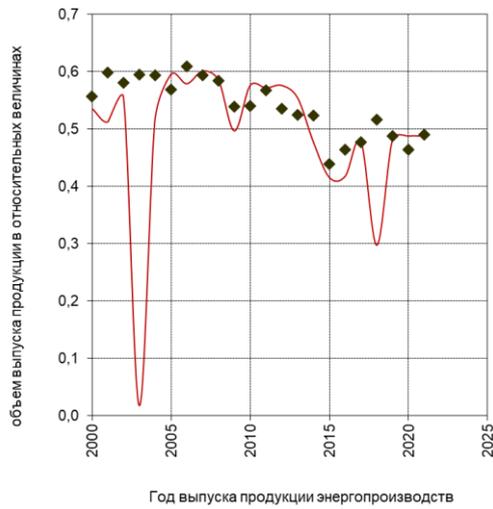


Рисунок 3.7 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 5 (3.8)

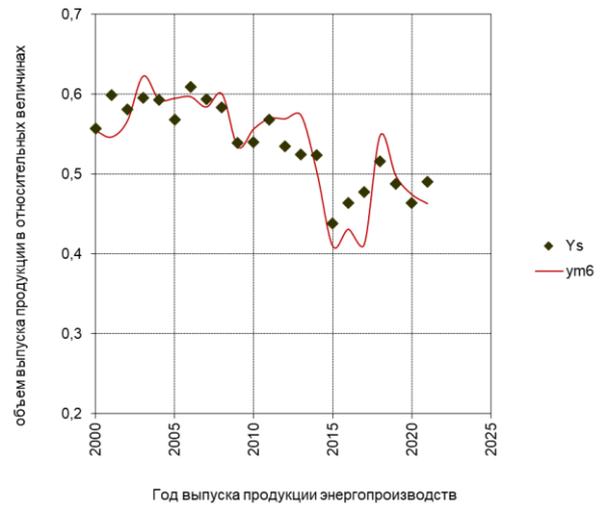


Рисунок 3.8 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 6 (3.17)

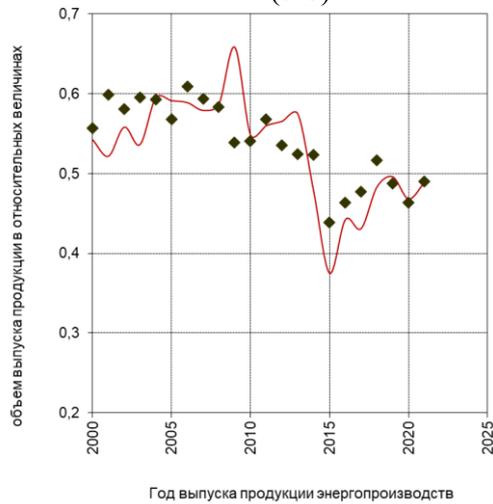


Рисунок 3.9 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 7 (3.18)

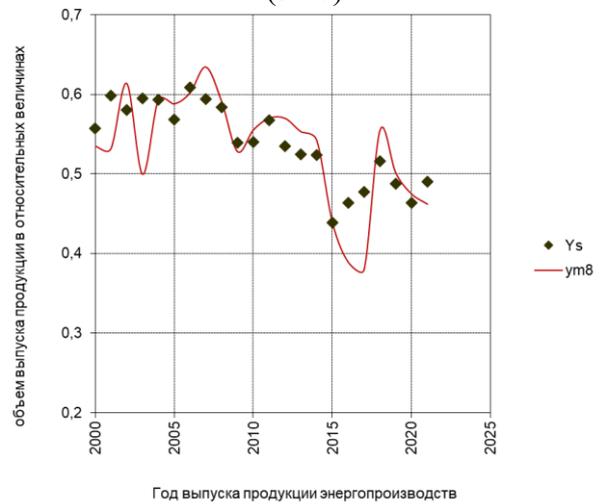


Рисунок 3.10 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 8 (3.19)

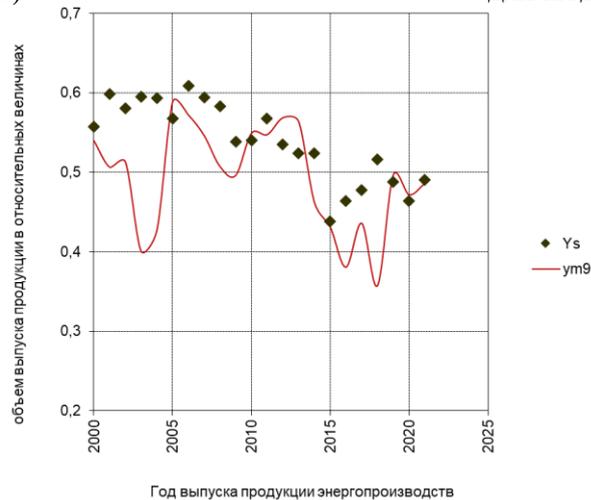


Рисунок 3.11 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 9 (3.20)

На рисунке 3.12 приведены усредненные значения относительных погрешностей прогнозов и усредненные значения радиусов доверительных интервалов для моделей 1–9 ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год).

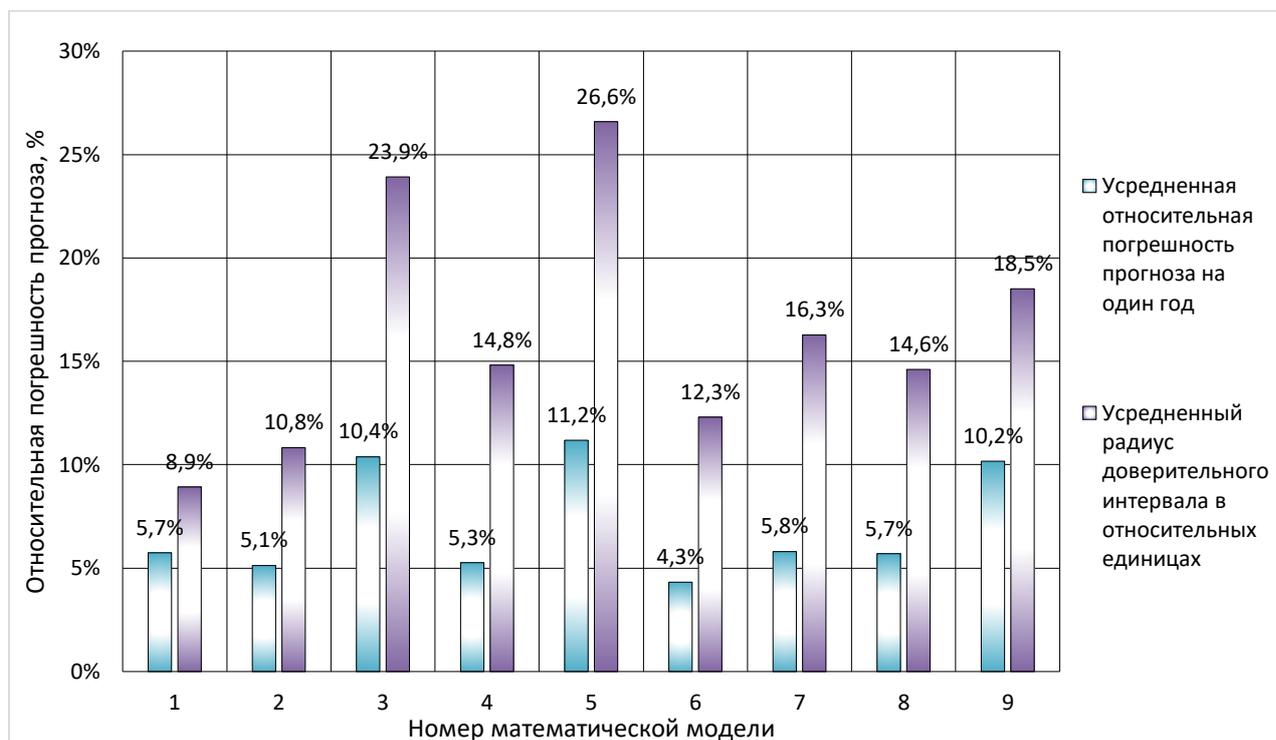


Рисунок 3.12 – Сравнительный анализ усредненных значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей 1–9 ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год).

Кроме этого, для оценки прогнозных свойств разработанных математических моделей 1–9 были построены ретроспективные прогнозы динамики выпуска суммарной энергии по выборкам  $N = 20$  лет на  $p = 1$  год. Результаты сравнения усредненных значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных значений радиусов доверительных интервалов приведены на рисунке 3.13

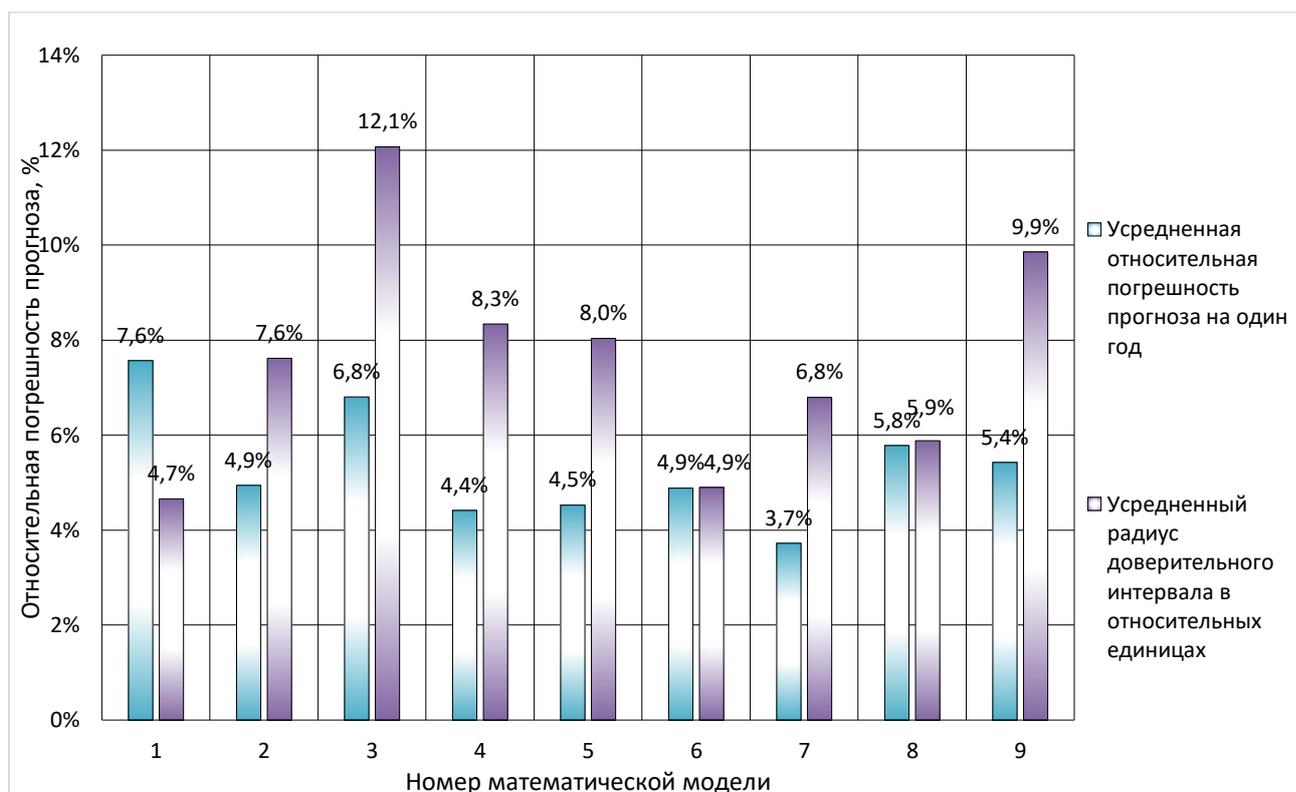


Рисунок 3.13 – Сравнительный анализ усредненных значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей 1–9 ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год).

Для окончательного выбора наилучшей математической модели были сделаны прогнозы на  $p = 1, 2, 3, 4$  и  $5$  лет, начиная с 2010 года по 2022– $p$  год, по выборкам объемом  $N = 20$  лет. Усредненные результаты погрешностей прогнозов приведены в таблице 3.2. На рисунке 3.14 представлена диаграмма погрешностей прогноза выпуска продукции энергопроизводств на один год вперед.

Таблица 3.2 – Погрешности прогноза выпуска продукции энергопроизводств, сделанного на основе исследуемых математических моделей

Количество лет, на которые сделан прогноз	Номер модели								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	7,6%	4,9%	6,8%	4,4%	4,5%	4,9%	3,7%	5,8%	5,4%
2	9,1%	7,3%	9,8%	7,2%	7,0%	7,4%	5,5%	7,9%	7,9%
3	10,3%	9,6%	11,6%	10,1%	9,1%	9,5%	7,2%	10,6%	9,8%
4	9,9%	11,0%	15,5%	12,7%	11,4%	11,1%	9,2%	11,3%	11,0%
5	9,0%	12,1%	15,2%	15,1%	13,4%	12,1%	11,2%	12,1%	12,5%

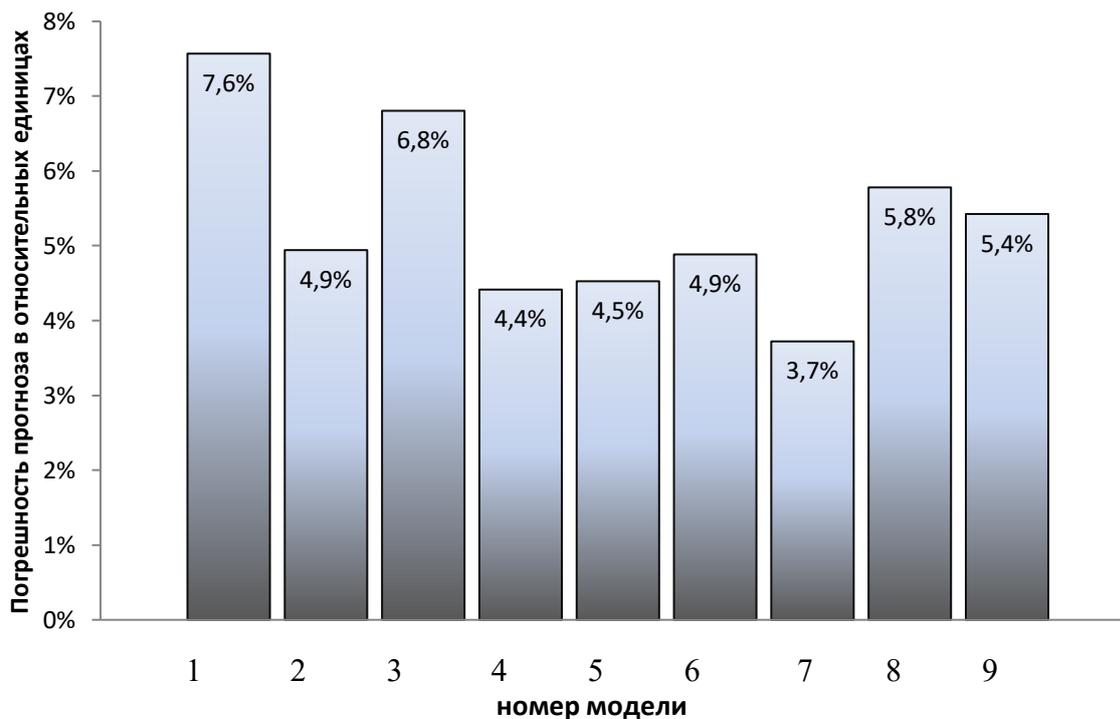


Рисунок 3.14 – Диаграмма погрешностей прогноза выпуска продукции энергопроизводств на один год вперед

Проведенный сравнительный анализ точности прогнозных расчетов при использовании различных математических моделей 1 – 9 продемонстрировал обоснованное преимущество модели 7, описываемой формулой (3.18).

Результаты сравнения точности прогноза на основе известной [14, 27, 81] мультипликативно-степенной модели (1.35) (модель 2) и модели временного ряда в форме разностного уравнения (3.18) (модель 7) представлены в таблице 3.3 и на рисунке 3.15. Видно, что погрешность прогноза, сделанного на основе модели 7, существенно меньше (в среднем на 27%) погрешности прогноза, сделанного на основе модели 2.

Таблица 3.3 – Погрешности прогноза  $\delta, \%$  и оценки относительной предельной ошибки прогноза  $\Delta, \%$ , сделанного на основе математических моделей 2 и 7

Количество лет, на которые сделан прогноз	Модель 2		Модель 7	
	$\delta, \%$	$\Delta, \%$	$\delta, \%$	$\Delta, \%$
1	4,9%	7,6%	3,7%	6,8%
2	7,3%	9,5%	5,5%	7,9%
3	9,6%	11,8%	7,2%	9,1%
4	11,0%	14,7%	9,2%	10,2%
5	12,1%	18,1%	11,2%	11,4%

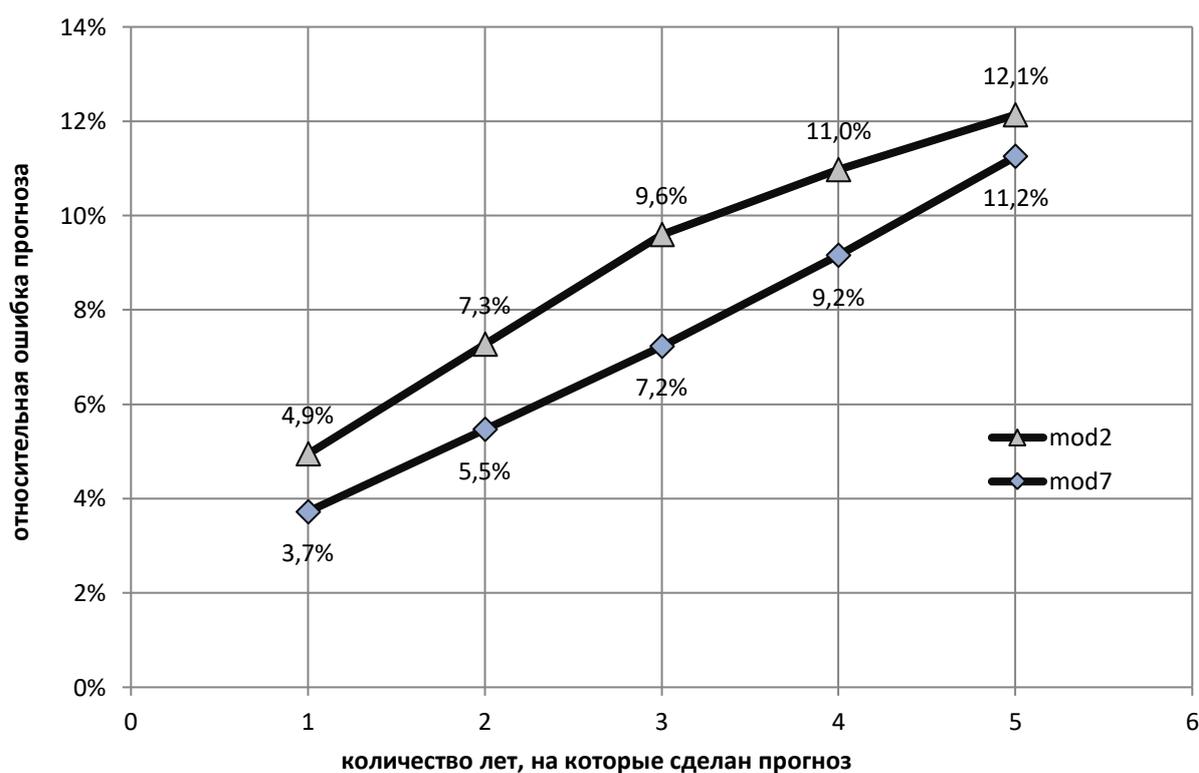


Рисунок 3.15 – Зависимости погрешностей прогноза выпуска продукции энергопроизводств, рассчитанные по второй и седьмой моделям

На рисунке 3.16 представлены зависимости оценки относительной предельной погрешности  $\Delta, \%$  прогноза выпуска продукции энергопроизводств, рассчитанные по второй и седьмой моделям (таблица 3.3). Видно, что из-за некорректности применения классического метода наименьших квадратов при оценке параметров модели 2, вследствие смещения оценки дисперсии случайного возмущения в результатах наблюдения, величина оценки предельной погрешности прогноза (доверительный интервал) оказывается завышенной.

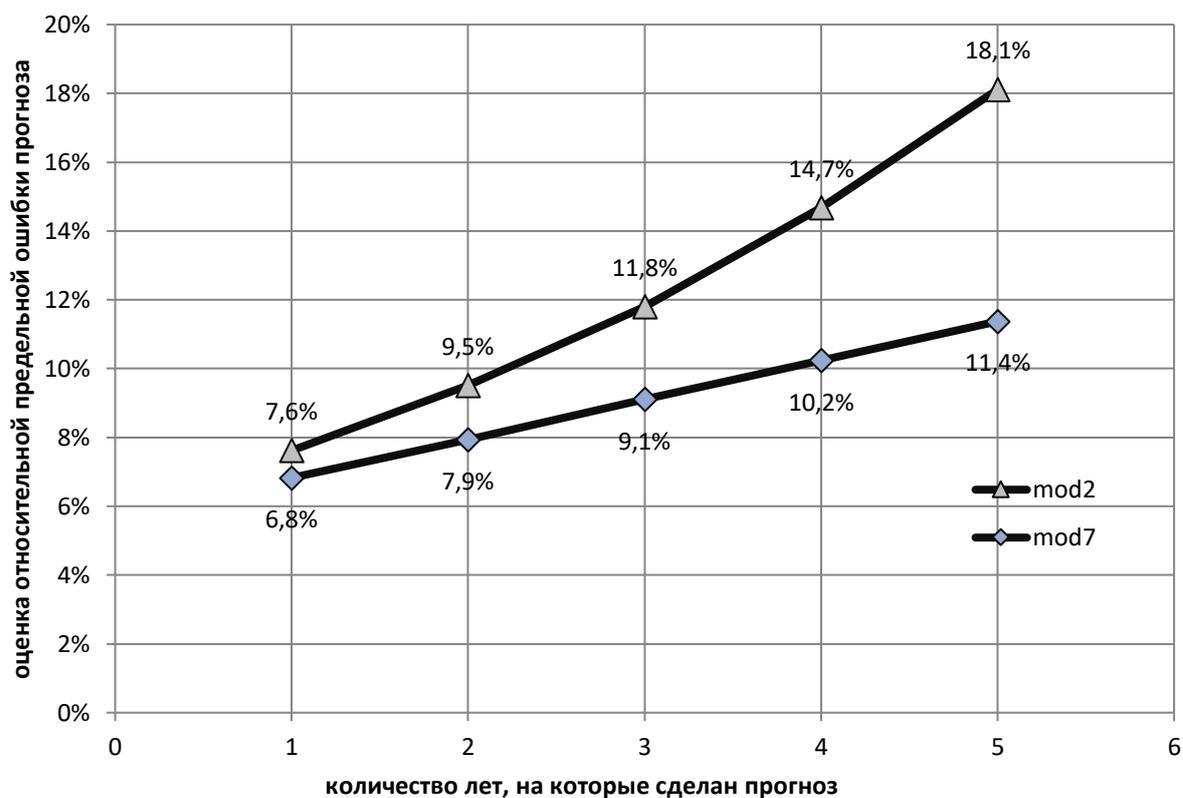


Рисунок 3.16 – Зависимости оценки относительной предельной погрешности прогноза выпуска продукции энергопроизводств, рассчитанные по второй и седьмой моделям

### 3.1.4 Построение и сравнительный анализ перспективных прогнозов на основе разработанных математических моделей

Особенностью функционирования энергопроизводств является то, что статистические данные об их функционировании публикуются со значительным запаздыванием (полтора-два года). После того, как диссертационная работа была подготовлена стали доступны актуальные показатели за 2022 и 2023 годы. Поэтому они были использованы для верификации разработанных моделей посредством построения перспективного прогноза.

На основе модели, сформированной с использованием статистических данных о работе энергосистемы за период 1990–2021 гг., был выполнен перспективный прогноз её функционирования на 2022–2023 гг.

Результаты сравнения точности прогноза на основе известной мультипликативно-степенной модели 2 (3.5) и модели временного ряда в форме разностного уравнения 7 (3.18) представлены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Погрешности перспективного прогноза  $\delta, \%$  и оценки относительной предельной ошибки прогноза  $\Delta, \%$ , сделанного на основе математических моделей 2 и 7

Количество лет, на которые сделан прогноз	Модель 2		Модель 7	
	$\delta, \%$	$\Delta, \%$	$\delta, \%$	$\Delta, \%$
2022	0,4%	4,9%	0,0%	6,1%
2023	3,9%	5,5%	3,3%	7,0%

На рисунке 3.17 приведены прогнозные значения функций, описывающих динамику выпуска суммарной энергии и построенных на основе математических моделей (2) и (4), соответственно, и границы доверительных интервалов прогнозов в сравнении со статистическими данными выпуска продукции энергопроизводства.

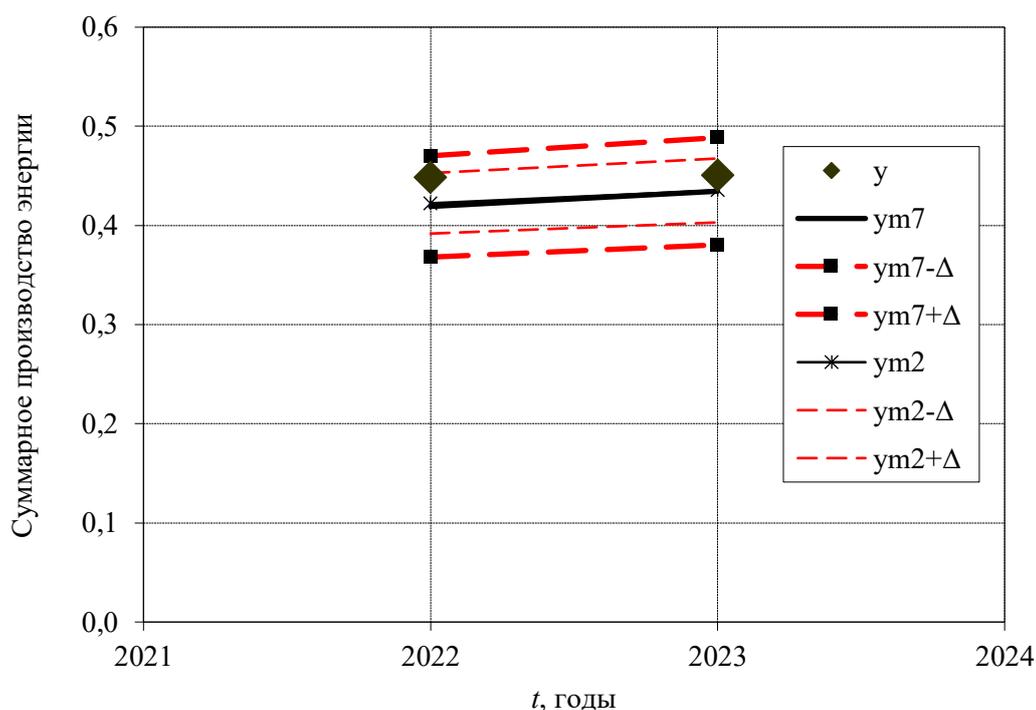


Рисунок 3.17 – График прогнозных значений динамики суммарного производства энергии и доверительных интервалов ( $N = 31$  год) для модели 2 (3.5) и 7 (3.18)

Анализ полученных результатов показал, что, судя по доверительным интервалам, наблюдается существенное снижение погрешности прогнозирования при использовании модели 7 (3.18) по сравнению с моделью 2 (3.5).

Кроме того, применение классического метода наименьших квадратов для оценки параметров модели 2 приводит к неэффективности оценок дисперсии случайных возмущений в наблюдаемых данных. Вследствие этого, расчетная величина предельной погрешности прогноза, определяемая через доверительный

интервал, оказывается заниженной, что свидетельствует о некорректности используемого метода оценивания.

Таким образом, ковариационно-стационарная стохастическая модели в форме разностного уравнения с трендом в форме мультипликативно-степенной трехфакторной производственной функции, в основе которой лежит описание случайного возмущения в результатах наблюдений авторегрессией первого порядка, адекватно описывает производство суммарной энергии региональной энергосистемой. Использование данной модели обеспечивает высокую точность оценок параметров модели и достоверность прогнозов функционирования энергосистемы, что подтверждается результатами перспективных прогнозов.

### 3.1.5 Анализ факторных эластичностей выпуска продукции

При описании поведения энергосистемы с помощью производственных функций (1.35) в качестве одного из показателей эффективности ее работы используются эластичности выпуска по  $i$  – ому ресурсу (1.29):

$$E_i(x) = \left[ \frac{\frac{\partial f(X)}{\partial x_i}}{\frac{f(X)}{x_i}} \right] = \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{f(X)} = \frac{\partial \ln f(X)}{\partial \ln x_i}.$$

Данный показатель характеризует относительную производительность ресурса в производственном процессе, или отношение процентного прироста продукции к процентному приросту затрат соответствующего ресурса [16, 95].

При использовании известной мультипликативно-степенной производственной функции  $Y_s(t) = AK(t)^\alpha L(t)^\beta B(t)^\gamma$  (1.35) для описания динамики выпуска продукции энергосистемой предполагается, что факторные эластичности для наблюдаемого процесса есть величины постоянные, равные параметрам модели  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ :

$$\alpha = \frac{K}{Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial(\ln Y)}{\partial(\ln K)};$$

$$\beta = \frac{L}{Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{\partial(\text{Ln}Y)}{\partial(\text{Ln}L)};$$

$$\gamma = \frac{B}{Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial B} = \frac{\partial(\text{Ln}Y)}{\partial(\text{Ln}B)}.$$

Однако это предположение в работах [14, 24, 27, 52, 81, 107, 110, 142] не было математически обосновано, однако объяснялось неизменностью производственных технологий.

Для устранения этого недостатка и обоснования независимости от времени факторных эластичностей построенной модели

$$y_k = \lambda_2 x_{1k}^{\lambda_3} x_{2k}^{\lambda_4} x_{3k}^{\lambda_5} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 x_{1,k-1}^{\lambda_3} x_{2,k-1}^{\lambda_4} x_{3,k-1}^{\lambda_5}) + \varepsilon_k,$$

рассмотрим аппроксимацию зависимостей  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$  и  $\gamma(t)$  многочленами нулевой степени  $\alpha_0, \beta_0$  и  $\gamma_0$  и проверим гипотезу об адекватности таких моделей результатам расчетов, представленных во втором, четвертом и шестом столбцах таблицы 3.5, соответственно.

Таблица 3.5 – Результаты расчетов коэффициентов эластичности и оценки точности этих расчетов

Период наблюдений	$\alpha$	$s[\alpha]$	$\beta$	$s[\beta]$	$\gamma$	$s[\gamma]$
1991–2011	0,093	0,198	0,061	0,110	0,881	0,258
1992–2012	0,159	0,181	0,105	0,110	0,658	0,298
1993–2013	0,155	0,181	0,102	0,110	0,681	0,258
1994–2014	0,210	0,176	0,142	0,113	0,562	0,238
1995–2015	0,188	0,136	0,118	0,095	0,548	0,225
1996–2016	0,226	0,109	0,106	0,073	0,457	0,207
1997–2017	0,103	0,136	0,107	0,075	0,499	0,189
1998–2018	-0,072	0,085	0,110	0,085	0,650	0,166
1999–2019	-0,116	0,059	0,122	0,065	0,700	0,143
2000–2020	-0,109	0,066	0,121	0,060	0,688	0,124
2001–2021	-0,167	0,064	0,195	0,077	0,673	0,120

Обозначим в общем виде факторную эластичность через  $p \in \{\alpha, \beta, \gamma\}$  и рассмотрим регрессионную модель в виде многочлена нулевой степени

$$p_k = c_0 + \eta_k, \quad k = \overline{1, np}, \quad (3.30)$$

где  $np = 11$  — число точек, по которым строится данная модель, то есть по которым находится оценка  $\hat{c}_0$  аппроксимации временной зависимости факторной эластичности  $p$  многочленом нулевой степени.

В третьем, пятом и последнем столбцах таблицы 3.4 приведены оценки  $s[p_k] = s[\eta_k]$  среднеквадратичного отклонения результатов расчета  $p_k$ ,  $k = \overline{1, np}$ . Так как, очевидно, что эти результаты не являются равноточными, то при оценке единственного параметра  $c_0$  модели (3.30) можно воспользоваться взвешенным методом наименьших квадратов [12, 32, 114, 139]. В качестве весов  $\omega_k$  примем величины  $\omega_k = s_k^2 = (s[p_k])^2$ .

С учетом соотношения  $\eta_k = \sqrt{\omega_k} \cdot \varepsilon_k$ , где  $\varepsilon_k$  — случайная величина, удовлетворяющая условиям теоремы Гаусса-Маркова [32], регрессию (3.30) преобразуем к виду

$$\frac{p_k}{s_k} = \frac{1}{s_k} c_0 + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, np}. \quad (3.31)$$

Заметим, что при этом из соотношения  $s^2[\eta_k] = \omega_k s_\varepsilon^2 = s_k^2$ , где  $s^2[\eta_k]$  и  $s_\varepsilon^2$  — оценки дисперсии случайных величин  $\eta_k$  и  $\varepsilon_k$ , следует, что  $s_\varepsilon^2 = \frac{s^2[\eta_k]}{s_k^2} = 1$ . То есть при выбранных весах  $\omega_k = s_k^2$  происходит нормирование оценки дисперсии случайного возмущения в регрессии (3.31).

Отсюда на основе минимизации  $\|\varepsilon\|^2 \rightarrow \min$  получаем оценку

$$\hat{c}_0 = \frac{\sum_{k=1}^{np} p_k s_k^{-2}}{\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2}}. \quad (3.32)$$

Оценку  $s_{ocm}^2$  дисперсии  $\sigma_\varepsilon^2$  для модели (3.31) можно найти по формуле:

$$s_{\text{ост}}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2} (p_k - \hat{c}_0)^2}{np - 1}. \quad (3.33)$$

Во втором, третьем и четвертом столбцах таблицы 3.6 приведены результаты расчетов оценок  $\hat{c}_0$ ,  $\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2}$  и  $s_{\text{ост}}^2$  по описанным выше формулам (3.32) и (3.36) для факторных эластичностей  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , соответственно.

Таблица 3.6 – Анализ зависимости факторных эластичностей от времени

Факторные эластичности, $p$	$\hat{c}_0 \in \{\hat{\alpha}_0, \hat{\beta}_0, \hat{\gamma}_0\}$	$\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2}$	$s_{\text{ост}}^2$	$s[c_0]$	$t$
$\alpha$	-0,046	1215	2,15	0,029	1,61
$\beta$	0,120	1623	0,14	0,025	4,85
$\gamma$	0,645	349,6	0,29	0,053	12,06

Проверку гипотезы об адекватности модели (34), то есть о корректности аппроксимации результатов расчета  $p_k$ ,  $k = \overline{1, np}$ , описывающих временную зависимость факторной эластичности, константой  $\hat{c}_0$ , можно выполнить на основе распределения Фишера:  $F = \frac{s_{\text{ост}}^2}{s_{\varepsilon}^2}$  [12]. При нормированной оценке дисперсии  $s_{\varepsilon}^2 = 1$

имеем  $F = s_{\text{ост}}^2$  (четвертый столбец таблицы 3.5). Сравнивая эти значения с  $F_{\text{кр}} = F(0,05; 10; 18) = 2,48$ , имеем  $F < F_{\text{кр}}$  для каждого параметра  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ . Отсюда можно сделать вывод о правомерности выбора математической модели, описывающей динамику выпуска продукции региональной энергосистемы, в форме нелинейной трехфакторной степенной зависимости (1.35), факторные эластичности которой не меняются за период времени с 1990 по 2021 год.

Среднеквадратичное отклонение оценок  $\hat{c}_0$ , вычисленных по формуле (3.32) с учетом известных  $s^2[p_k] = s_k^2$ , можно найти на основе соотношений

$$s^2[\hat{c}_0] = \frac{1}{\left(\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2}\right)^2} \sum_{k=1}^{np} (s_k^{-2})^2 s^2[p_k] = \frac{1}{\left(\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2}\right)^2} \sum_{k=1}^{np} s_k^{-2} = \frac{1}{\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2}}. \quad (3.34)$$

Отсюда имеем

$$s[\hat{c}_0] = \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^{np} s_k^{-2}}} \quad (3.35)$$

Среднеквадратичные оценки  $s[\hat{\alpha}_0]$ ,  $s[\hat{\beta}_0]$  и  $s[\hat{\gamma}_0]$ , найденные по формуле (3.35), представлены в пятом столбце таблицы 3.6. На их основе можно гипотезу о значимости параметра  $\hat{c}_0$  [128]. Для проверки этой гипотезы вычисляется статистика  $t = \frac{|\hat{c}_0|}{s[\hat{c}_0]}$ , значения которой для различных факторных эластичностей приведены в последнем столбце таблицы 3.6. Сравнивая эти значения с критическим значением из таблицы распределения Стьюдента  $t_{кр} = t(0,05;10) = 2,23$ , можно сделать вывод о незначимости параметра  $\alpha$  в нелинейной трехфакторной степенной зависимости (1.35). Это может служить поводом для упрощения модели (1.35), исключив из неё фактор  $K(t)$ , описывающий капитальные ресурсы. Однако из-за коррелированности оценок параметров проверка значимости может оказаться не слишком точной, а упрощение модели — ненадежным. Как следствие, оценки прогноза получаются смещенными, и лучше оставить в модели незначимые параметры, чем отбросить значимые [12].

Следовательно, на основании результатов проведенных численно-аналитических исследований и сравнительного анализа различных моделей функционирования региональной энергосистемы, к практическому применению при решении задач оптимизации и планирования деятельности региональных энергопроизводств на основе системного анализа эффективности региональной энергетики можно рекомендовать ковариационно-стационарную модель временного ряда в форме разностного уравнения с мультипликативно-степенным трендом

$$y_k = \lambda_2 x_{1k}^{\lambda_3} x_{2k}^{\lambda_4} x_{3k}^{\lambda_5} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 x_{1,k-1}^{\lambda_3} x_{2,k-1}^{\lambda_4} x_{3,k-1}^{\lambda_5}) + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, 3, \dots, N-1.$$

Применение такой модели позволяет обеспечить высокую точность оценок её параметров: факторных эластичностей, а также достоверность прогнозов выпуска продукции энергопроизводств на достаточно длительный промежуток времени.

Также на основе разработанных математических моделей производства энергии (3.4) – (3.8), (3.17) – (3.20) была проведена параметрическая идентификация для производства тепловой и электрической энергии.

Результаты математического моделирования динамики производства тепловой и электрической энергии энергосистемой Самарской области на основе статистических данных, публикуемых в ежегодной отчетности региональных министерств и энергетических компаний за период с 1990 по 2021 гг., приведены в Приложении А и Приложении Б соответственно.

Сравнительный анализ полученных моделей показал, что для производства как тепловой, так и электрической энергии наиболее эффективной математической моделью также является модель 7 (3.18).

### 3.2 Построение математических моделей динамики использования основных ресурсов

Поскольку в разработанных математических моделях производство энергии определялось зависимостью от факторов производства — капитальных, трудовых и топливных ресурсов, то для планирования работы энергосистемы и выработки управляющих воздействий, направленных на повышение эффективности ее работы, необходимо также определение достоверных прогнозных значений входных ресурсов. Таким образом, актуальной становится задача построения и статистического анализа математических моделей динамики потребления основных ресурсов на основе статистических данных за период с 1990 по 2021 гг.

Основными задачами исследования при построении математических моделей ресурсов являются первоначальный выбор вида модели, оценка параметров этой модели и статистический анализ результатов вычислений, корректировка моделей динамики основных ресурсов и оценка ее параметров.

В данной работе для устранения недостатков существующих методов прогнозирования входных ресурсов используются ковариационно-стационарные стохастические модели временных рядов в форме разностных уравнений с детерминированным полиномиальным трендом в виде [3, 9, 39, 61, 62, 87]:

$$y_k = \sum_{j=1}^p \lambda_j y_{k-j} + \sum_{j=p+1}^{m+p+1} \lambda_j t_k^{j-(p+1)} + \varepsilon_k, \quad (3.36)$$

где  $y_k = \sum_{j=1}^p \lambda_j y_{k-j} + \varepsilon_k$  — стохастическое разностное уравнение в форме модели

авторегрессии порядка  $p$ ;  $P_m(t_k) = \sum_{j=p+1}^{m+p+1} \lambda_j t_k^{j-(p+1)}$  — детерминированный тренд в

форме многочлена степени  $m$  относительно временной переменной  $t_k$ ;  $\varepsilon_k$  — последовательность независимых случайных величин с нулевым математическим

ожиданием и одинаковыми дисперсиями  $\sigma_\varepsilon^2$ :  $M[\varepsilon_k] = 0$ ,  $\text{cov}[\varepsilon_k, \varepsilon_{k \pm p}] = \begin{cases} 0, & p \neq 0; \\ \sigma_\varepsilon^2, & p = 0. \end{cases}$

Ковариационно-стационарную модель временного ряда (3.36) можно привести к линейному виду  $z_k^{(i)} = \lambda^T f_k^{(i)} + \varepsilon_k$  или

$$z^{(i)} = F^{(i)} \lambda + \varepsilon, \quad (3.37)$$

где  $z_k^{(i)} = y_k$  —  $k$ -ый элемент вектора  $z^{(i)}$ ;  $f_k^{(i)} = (y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-p}, 1, t_k, t_k^2, \dots, t_k^m)$  —  $k$ -ая строка матрицы  $F^{(i)}$ ;  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_p, \lambda_{p+1}, \dots, \lambda_n)^T$  — вектор искомых коэффициентов линейной регрессионной модели (3.37) при  $k = p, p+1, \dots, N-1$ , где  $N$  — объем выборки результатов наблюдений.

В качестве критерия среднеквадратичного оценивания параметров моделей используется минимизация суммы квадратов остатков

$$\sum_{k=0}^{31} (y_k - \hat{y}_k)^2 = \|y - \hat{y}\|^2 = \|e\|^2 \rightarrow \min [12, 32].$$

Тогда новое, уточненное, значение вектора  $\hat{\lambda}^{(i+1)}$  оценок коэффициентов разностного уравнения (3.1) находится по формуле:

$$\hat{\lambda}^{(i+1)} = [F^{(i)T} F^{(i)}]^{-1} F^{(i)T} z^{(i)}, \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (3.38)$$

Для описания динамики потребления основных ресурсов региональной энергосистемы были использованы два типа математических моделей.

К первому типу моделей относится ковариационно-стационарная модель в форме стохастического разностного уравнения временного ряда, включающая детерминированный полиномиальный тренд  $P_m(t_k)$ :

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \lambda_3 y_{k-3} + \lambda_4 + \lambda_5 t_k + \lambda_6 t_k^2 + \varepsilon_k \quad (3.39)$$

Вторая модель динамики использования основных ресурсов является ковариационно-стационарной стохастической моделью временного ряда, построенная на основе регрессионных моделей вида  $y_k = \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_k^{j-1} + \eta_k$ , в которой

$\sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_k^{j-1}$  — детерминированный тренд в форме многочлена степени  $m$  относительно временной переменной  $t_k$ ;  $\eta_k$  — случайное возмущение

описывается авторегрессионной моделью временного ряда первого порядка:

$$\eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k .$$

При описании случайного возмущения моделью авторегрессии первого порядка имеем систему уравнений

$$\begin{cases} y_k = \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_k^{j-1} + \eta_k, & k = 0, 1, 2, \dots, N-1; \\ \eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k, & |\lambda_1| < 1, \quad k = 1, 2, 3, \dots, N-1. \end{cases} \quad (3.40)$$

Второе уравнение в (3.40) можно доопределить для  $\eta_0$ . Найдем дисперсию  $\sigma_\eta^2$ . С учетом стационарности процесса и очевидных условий  $M[\eta_k] = 0$  и  $M[\eta_{k-1} \varepsilon_k] = 0$  имеем:

$$\begin{aligned} \sigma_\eta^2 &= \sigma^2[\eta_k] = M\left[(\eta_k - M[\eta_k])^2\right] = M[\eta_k^2] = M\left[(\lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k)^2\right] = \\ &= \lambda_1^2 M[\eta_{k-1}^2] + 2\lambda_1 M[\eta_{k-1} \varepsilon_k] + M[\varepsilon_k^2] = \lambda_1^2 \sigma_\eta^2 + \sigma_\varepsilon^2. \end{aligned}$$

Отсюда:  $\sigma_\eta^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \lambda_1^2}$ . Величину  $\eta_0$  будем искать из равенства  $\mu \eta_0 = \varepsilon_0$  с учетом

формулы  $\sigma^2[\mu \eta_0] = \mu^2 \sigma^2[\eta_0] = \sigma^2[\varepsilon_0]$ . Отсюда:  $\mu^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_\eta^2} = 1 - \lambda_1^2$ ,  $\sqrt{1 - \lambda_1^2} \eta_0 = \varepsilon_0$ .

Тогда из соотношений

$$\begin{cases} \sqrt{1 - \lambda_1^2} \eta_0 = \varepsilon_0; \\ y_0 - \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_0^{j-1} = \eta_0, & k = 0, \\ \eta_k - \lambda_1 \eta_{k-1} = \varepsilon_k; \\ \eta_k = y_k - \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_k^{j-1}; \\ \eta_{k-1} = y_{k-1} - \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_{k-1}^{j-1}, \\ k = 1, 2, 3, \dots, N-1, \end{cases}$$

получаем систему уравнений, описывающую временной ряд наблюдений:

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \sqrt{1 - \lambda_1^2} \left[ y_0 - \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_0^{j-1} \right] + \varepsilon_0; \\ y_k = \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_k^{j-1} + \lambda_1 \left[ y_{k-1} - \sum_{j=1}^{m+1} \lambda_j t_{k-1}^{j-1} \right] + \varepsilon_k; & k = 1, 2, 3, \dots, N-1. \end{cases} \quad (3.41)$$

Модель (3.39) линейная, а модель (3.41) нелинейная относительно параметров, подлежащих оценке на основе статистических данных деятельности энергосистем. Поскольку предполагается, что в построенных моделях (3.39) и (3.41) случайные возмущения  $\varepsilon_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , в результатах наблюдений имеют нулевое математическое ожидание и не коррелированы друг с другом:

$$M[\varepsilon_k] = 0, \quad M[\varepsilon_k \varepsilon_{k \pm s}] = \begin{cases} \sigma_\varepsilon^2, & s = 0; \\ 0, & s \neq 0. \end{cases}, \quad \text{то в качестве критерия среднеквадратичного}$$

оценивания параметров моделей используется минимизация суммы квадратов

$$\text{остатков} \sum_{k=0}^{31} (y_k - \hat{y}_k)^2 = \|y - \hat{y}\|^2 = \|e\|^2 \rightarrow \min.$$

На основе анализа остатков, выявления в них корреляции и статистики Дарбина-Уотсона проводится проверка обоснованности выбранного критерия.

### 3.2.1 Разработка и построение математических моделей изменения величины капитальных ресурсов.

При построении модели изменения стоимости капитальных ресурсов  $K(t)$  в качестве первоначальной математической модели была выбрана ковариационно-стационарная стохастическая математическая модель в форме разностного уравнения третьего порядка с полиномиальным трендом второго порядка:

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \lambda_3 y_{k-3} + \lambda_4 + \lambda_5 t_k + \lambda_6 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = 3, 4, 5, \dots, N. \quad (3.42)$$

Результаты вычислений параметров данной и последующих моделей динамики капитальных ресурсов и их статистический анализ приведены в таблице 3.8.

Проверка значимости параметров построенной модели (3.42) на основе  $t$ -статистики Стьюдента показала, что критерий Стьюдента для параметров  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  меньше критического значения, следовательно, значения полученных коэффициентов являются незначимыми.

С учетом сделанного вывода была рассмотрена ковариационно-стационарная стохастическая математическая модель в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом второго порядка:

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \lambda_4 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = 2, 3, 4, \dots, N. \quad (3.43)$$

Поскольку в модели (3.43) согласно результатам вычислений незначимым оказался параметр  $\lambda_3$ , то математическая модель динамики капитальных ресурсов примет вид:

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 + \lambda_3 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = 2, 3, 4, \dots, N \quad (3.44)$$

Четвертая модель изменения величины капитальных ресурсов является ковариационно-стационарной стохастической моделью временного ряда, построенная на основе системы уравнений (3.40):

При описании случайного возмущения моделью авторегрессии первого порядка имеем систему уравнений

$$\begin{cases} y_k = \lambda_2 + \lambda_3 t_k^2 + \eta_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \\ \eta_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{1-\lambda_1^2}}, \quad \eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases}$$

В результате преобразований получим систему уравнений, описывающую временной ряд наблюдений:

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \sqrt{1-\lambda_1^2} (y_0 - \lambda_2 - \lambda_3 t_0^2) + \varepsilon_0; \\ y_k = \lambda_2 + \lambda_4 t_k^2 + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 - \lambda_4 t_{k-1}^2) + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases} \quad (3.45)$$

Согласно формуле (3.38) определим элементы вектора  $z$  и элементы  $f_{k,j}$  вектора-строки  $f_k$  матрицы  $F$  для моделей динамики капитальных ресурсов (3.42) – (3.45) следующим образом.

Для линейной ковариационно-стационарной модели (3.42) в форме разностного уравнения третьего порядка с полиномиальным трендом второго порядка:

$$\begin{cases} z_k = y_{k+1}; \\ f_k = (y_k, y_{k-1}, y_{k-2}, 1, t_{k+1}, t_{k+1}^2), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-3}. \quad (3.45)$$

Для линейной ковариационно-стационарной модели (3.43) в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом второго порядка:

$$\begin{cases} z_k = y_{k+1}; \\ f_k = (y_k, 1, t_{k+1}, t_{k+1}^2), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.46)$$

Для линейной ковариационно-стационарной модели (3.44) в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом второго порядка:

$$\begin{cases} z_k = y_{k+1}; \\ f_k = (y_k, 1, t_{k+1}), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.48)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.45) в форме разностного уравнения с нелинейным трендом в форме мультипликативно-степенной трех факторной функции:

$$\begin{cases} z_k = y_{k+1}; \\ f_k = (y_k - \lambda_2 - \lambda_3 t_k^2, 1 - \lambda_2, t_{k+1}^2 - \lambda_3 t_k^2), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.49)$$

В таблице 3.7. приведены результаты вычислений параметров данных моделей динамики капитальных ресурсов (3.42) – (3.45) и их статистический анализ.

Оценка адекватности математической модели проводилась с помощью проверки статистической значимости каждого коэффициента регрессионного уравнения на основе t-статистики Стьюдента, а также анализа значений суммы квадратов отклонений модельных значений от фактических, средних относительных отклонений модельных значений от фактических и меры обусловленности матрицы нормальной системы уравнений.

Таблица 3.7. – Результаты расчетов параметров математических моделей динамики капитальных ресурсов

Модель		Коэффициенты модели						$Q_{ост}$	$s, \%$	$cond$	DW
№	формула	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$				
1	(3.42)	0,856	-0,179	-0,008	0,55	0,001	-0,00128	0,175	5,5%	$5,4 \cdot 10^6$	2,04
2	(3.43)	0,722	0,462	-0,0018	-0,0010	–	–	0,192	5,7%	$2,7 \cdot 10^6$	1,74
3	(3.44)	0,664	0,555	-0,0013	–	–	–	0,197	5,8%	$1,8 \cdot 10^6$	1,6
4	(3.45)	0,767	1,631	-0,00313	–	–	–	0,213	6,0%	$1,2 \cdot 10^5$	1,64

В последних четырех столбцах таблицы 3.8 приведены:

$Q_{ост} = \|y - \hat{y}\|^2$  — сумма квадратов отклонений результатов расчета  $\hat{y}_k$  по модели от результатов наблюдений;

$$s, \% = \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y\|} \cdot 100\% \quad \text{— оценка относительного отклонения модели от}$$

эксперимента;

$cond$  — число обусловленности матрицы нормальной системы уравнений  $F^{(i)T} F^{(i)}$ , характеризующее устойчивость вычисления среднеквадратичных оценок параметров модели;

$DW = 2(1-r)$  — статистика Дарбина-Уотсона, на основе которой можно сделать вывод о наличии автокорреляции первого порядка в случайном возмущении  $\varepsilon_k$ , где  $r$  — выборочный коэффициент корреляции.

Для проведения сравнительного анализа полученных моделей были также рассчитаны прогнозные значения капитальных ресурсов адаптивным методом Брауна, используемым в работах [27, 33, 105, 107]. Во всех последующих таблицах и на последующих рисунках расчеты прогнозов по методу Брауна обозначены символом 5\*.

Статистический анализ полученных результатов показал, что построенные модели (3.42) – (3.45) обладают достаточно хорошими аппроксимативными свойствами и высокой степенью адекватности.

Оценка значений критерия Дарбина-Уотсона свидетельствует об отсутствии автокорреляции в рассматриваемых моделях (3.42) – (3.45).

Анализ параметров моделей показал, что повышение порядка авторегрессии для построения модели динамики стоимости капитальных ресурсов статистически неоправданно.

Для окончательного выбора математической модели для описания динамики величины капитальных ресурсов также была проведена оценка погрешностей ретроспективных прогнозов на один или несколько лет.

На рисунке 3.18 приведены значения относительных погрешностей прогноза капитальных ресурсов, построенных по моделям (3.42) – (3.45) по выборкам объемом  $N = 31$  год на 1 год вперед в сравнении с методом Брауна [20, 27].

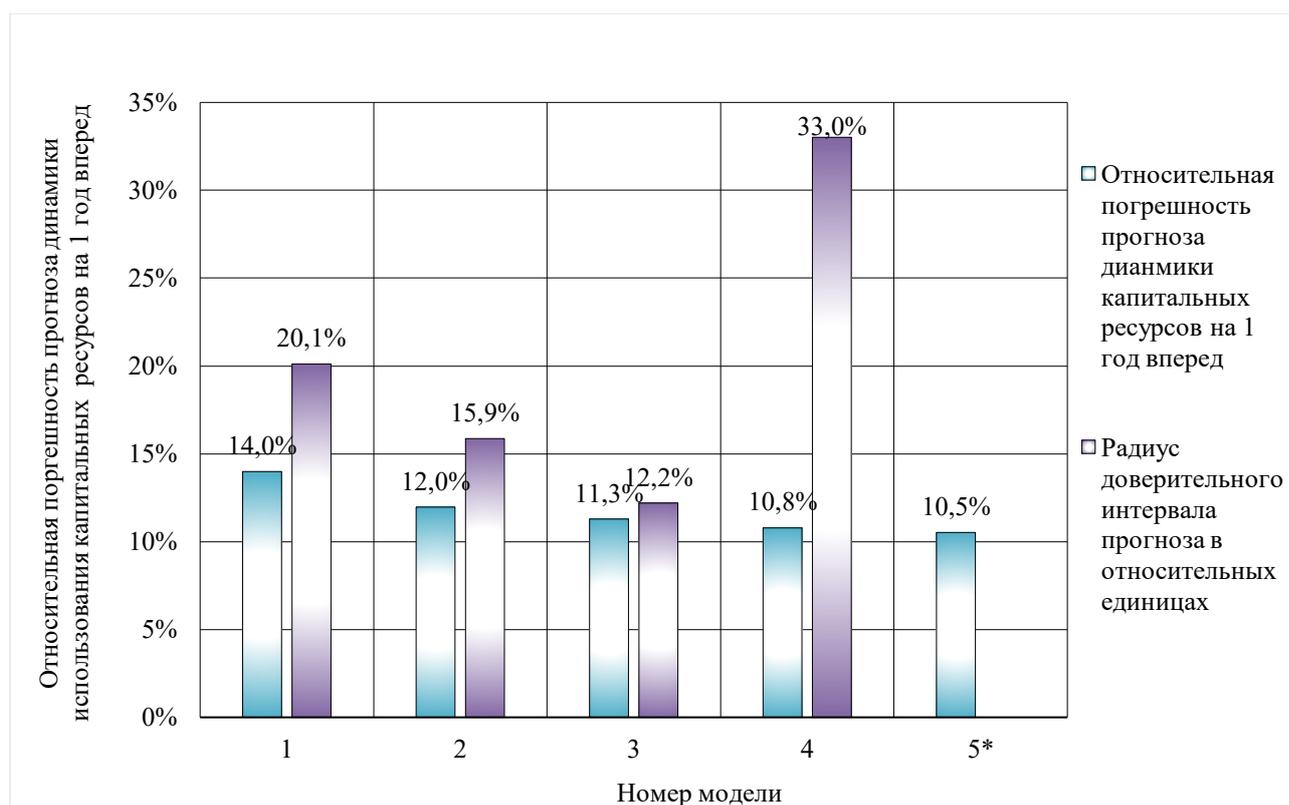


Рисунок 3.18 – Диаграмма погрешностей прогноза динамики капитальных ресурсов на один год вперед для моделей (3.42) – (3.45)

Также была проведена оценка погрешностей ретроспективных прогнозов динамики капитальных ресурсов по моделям (3.42) – (3.45) по выборкам объемом  $N = 10$  лет на  $p = 1$  год вперед. Результаты расчетов прогнозов динамики капитальных ресурсов и границы доверительных интервалов в сравнении со статистическими данными изменения капитальных ресурсов графически отображены на рисунках 3.19 – 3.22.

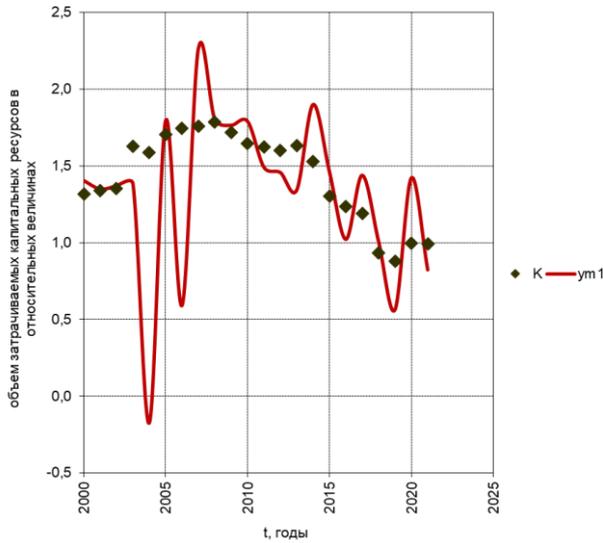


Рисунок 3.19 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 1 (3.42)

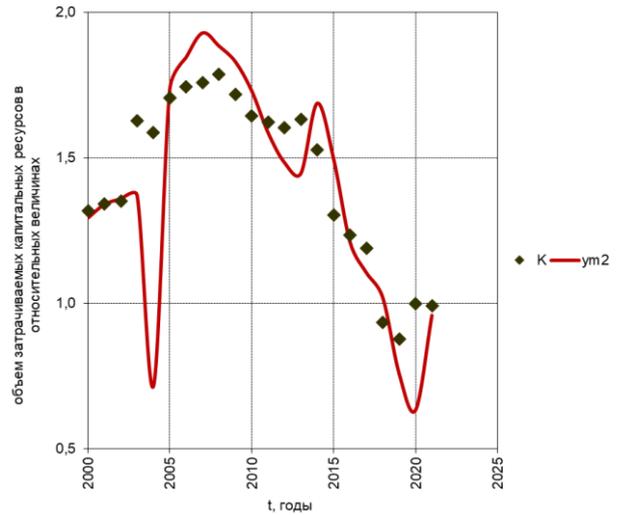


Рисунок 3.20 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 2 (3.43)

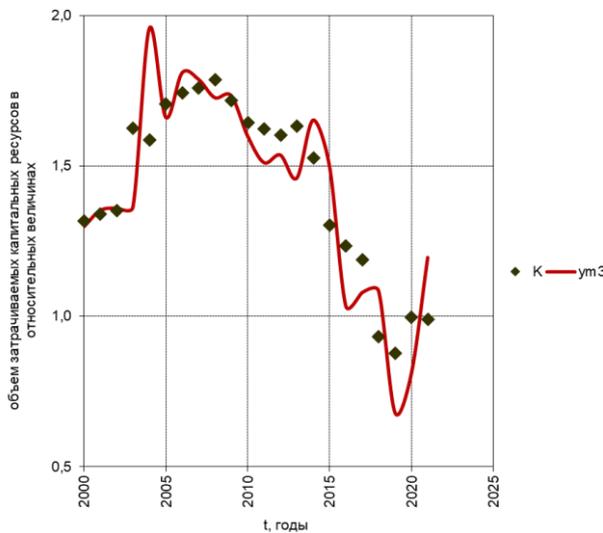


Рисунок 3.21 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 3 (3.44)

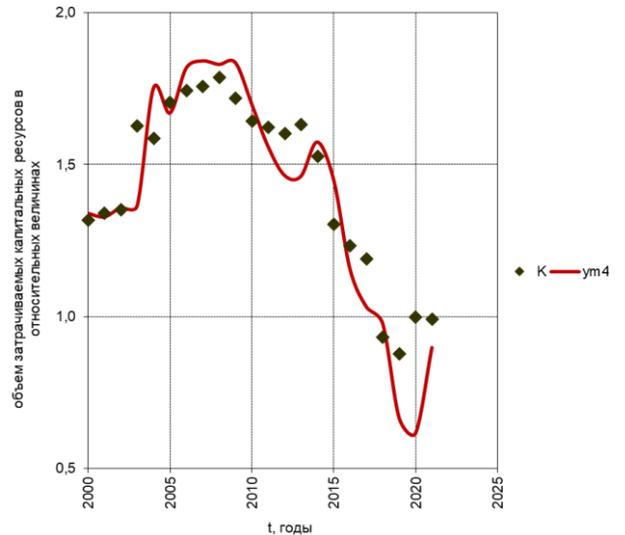


Рисунок 3.22 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 4 (3.45)

На рисунке 3.23 приведены усредненные значения относительных погрешностей прогнозов и усредненные значения радиусов доверительных интервалов для моделей (3.42) – (3.45) ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год).

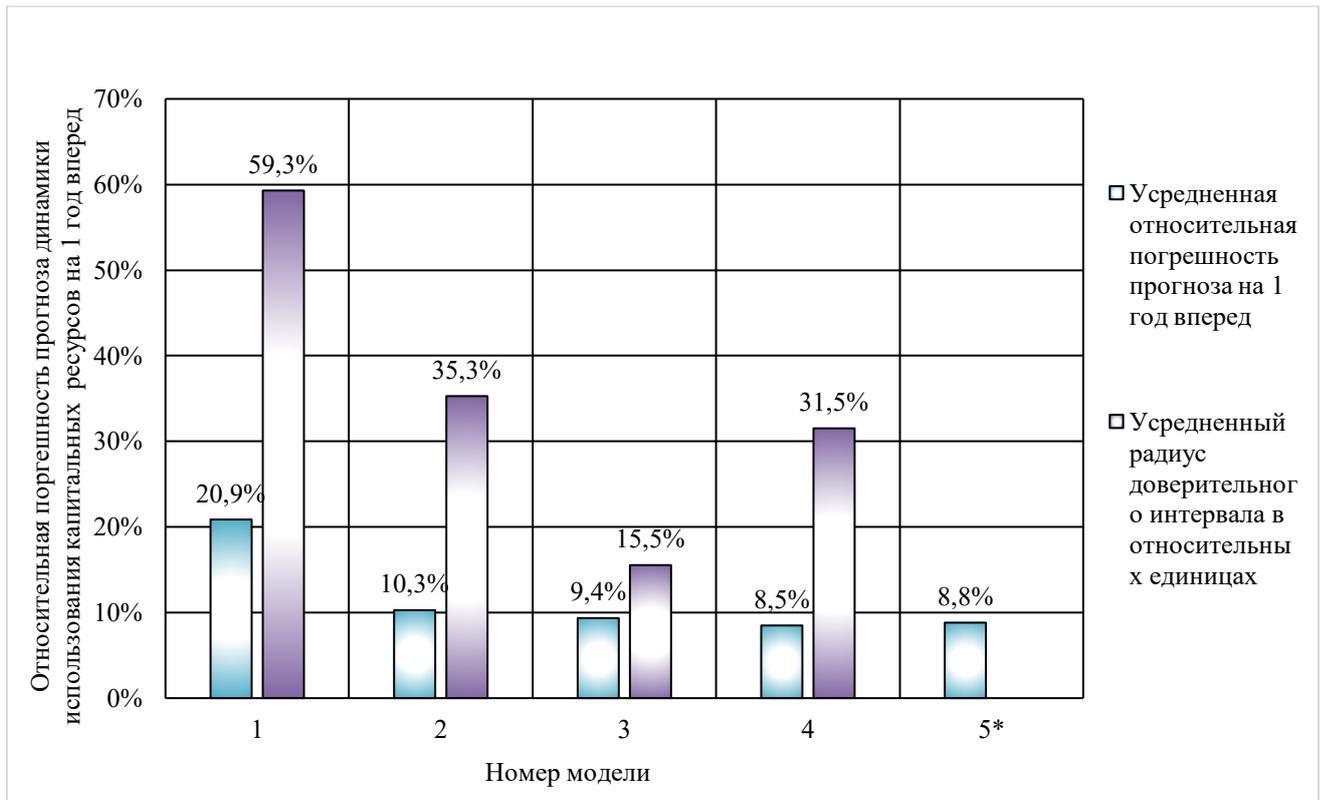


Рисунок 3.23 – Сравнительный анализ усредненных значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей 1–4 (3.42) – (3.45) ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год)

Для оценки прогнозных свойств разработанных математических моделей (3.42) – (3.45) были построены ретроспективные прогнозы динамики капитальных ресурсов по выборкам  $N = 20$  лет на  $p = 1$  год. Результаты расчетов прогнозов динамики капитальных ресурсов и границы доверительных интервалов в сравнении со статистическими данными изменения капитальных ресурсов графически отображены на рисунках 3.24 – 3.27. Усредненные значения относительных погрешностей прогнозов и усредненные радиусы доверительных интервалов графически отображены на рисунке 3.28 в сравнении с методом Брауна.

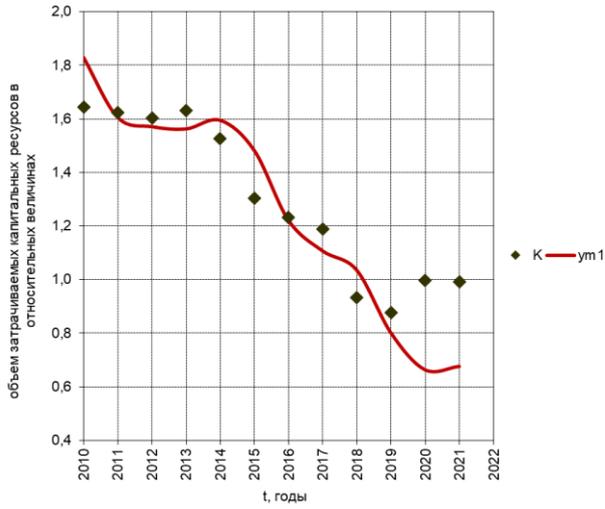


Рисунок 3.24 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 1 (3.41)

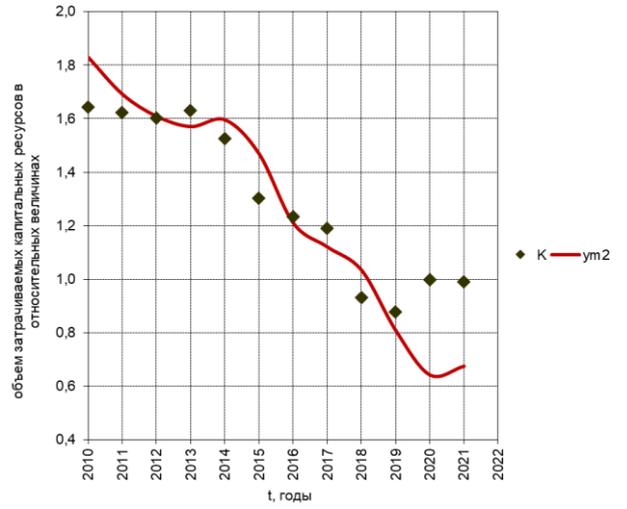


Рисунок 3.25 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) модели 2 (3.42)

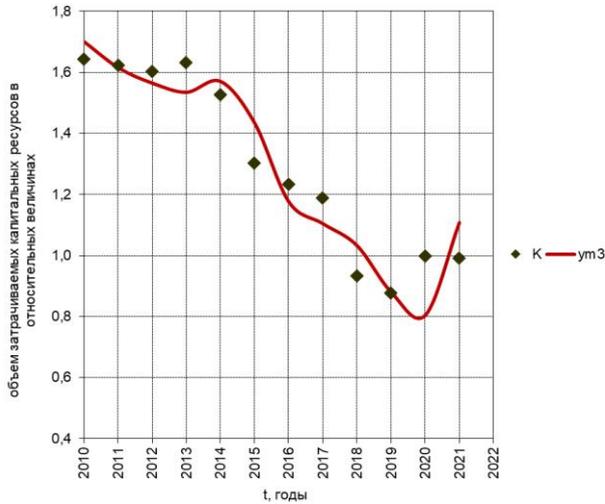


Рисунок 3.26 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 3 (3.43)

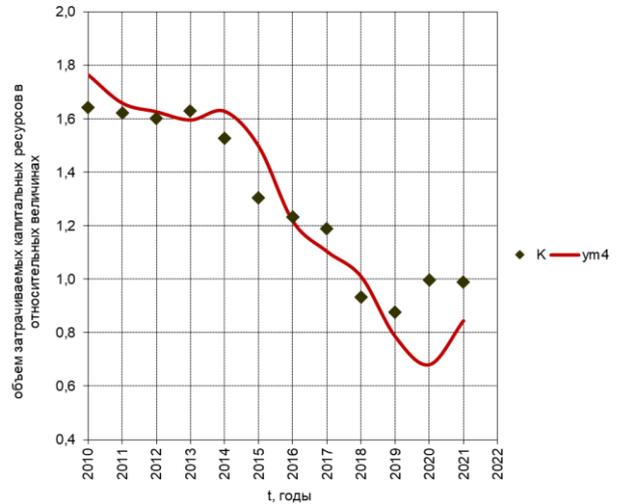


Рисунок 3.27 – График прогнозных значений динамики использования капитальных ресурсов  $K$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 4 (3.44)

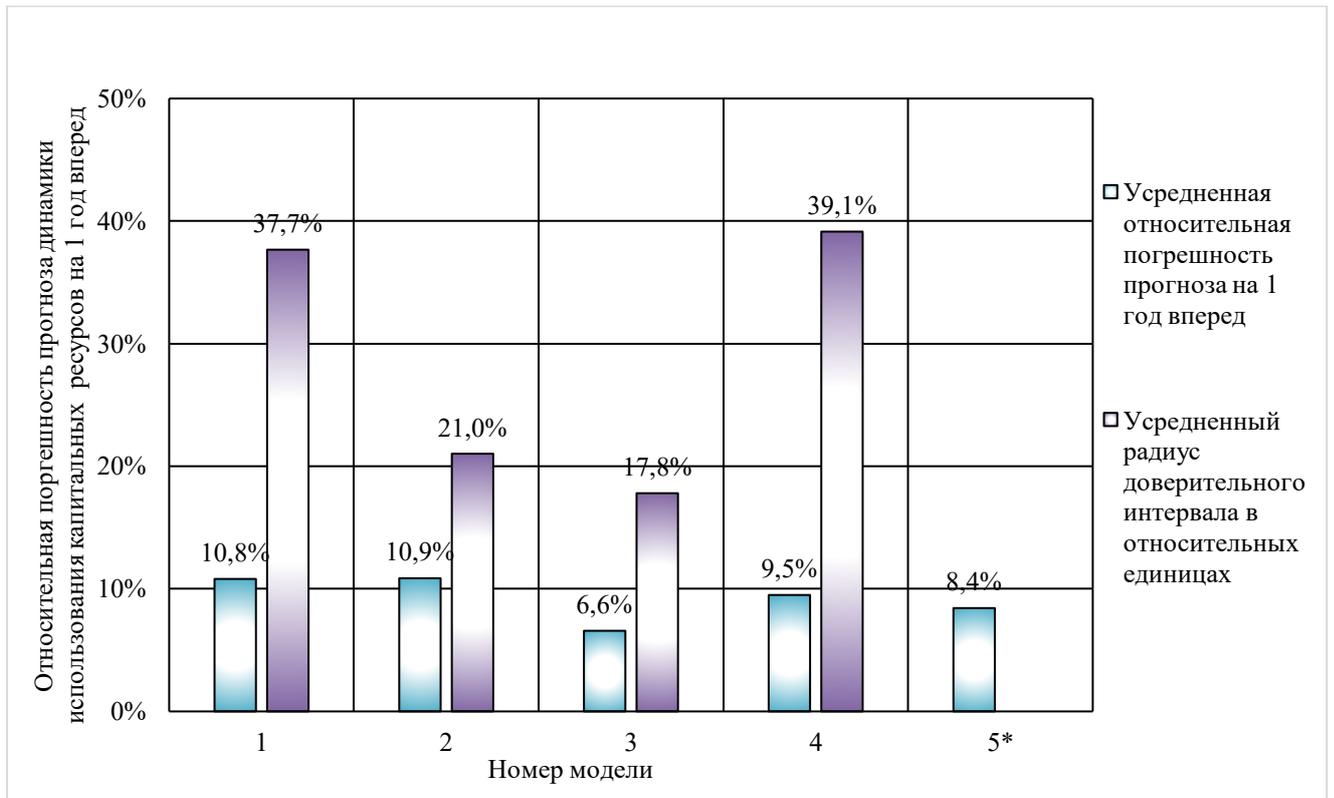


Рисунок 3.28 – Сравнительный анализ усреднённых значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей (3.42) – (3.45) ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год).

Также для разработанных математических моделей (3.42) – (3.45) были построены прогнозы на  $p=1,2,3,4$  и 5 по выборкам объемом  $N = 20$  лет. Прогнозы были сделаны, начиная с 2010 года по 2021-й год. Усредненные результаты погрешностей прогнозов приведены в таблице 3.8.

Таблица 3.8. – Погрешности прогноза динамики капитальных ресурсов, сделанного на основе исследуемых математических моделей

Прогноз на количество лет	Номер модели				
	1	2	3	4	5*
1	10,8%	10,9%	6,6%	9,0%	8,4%
2	14,8%	14,9%	10,6%	15,3%	14,7%
3	17,4%	16,7%	13,0%	20,4%	15,5%
4	21,1%	23,0%	15,5%	27,4%	20,2%
5	28,5%	32,9%	20,4%	39,5%	33,1%

На рисунке 3.29 продемонстрированы усредненные значения погрешностей прогнозов динамики капитальных ресурсов, рассчитанные по выбранной модели (3.44) в сравнении с известным методом экспоненциального сглаживания Брауна.

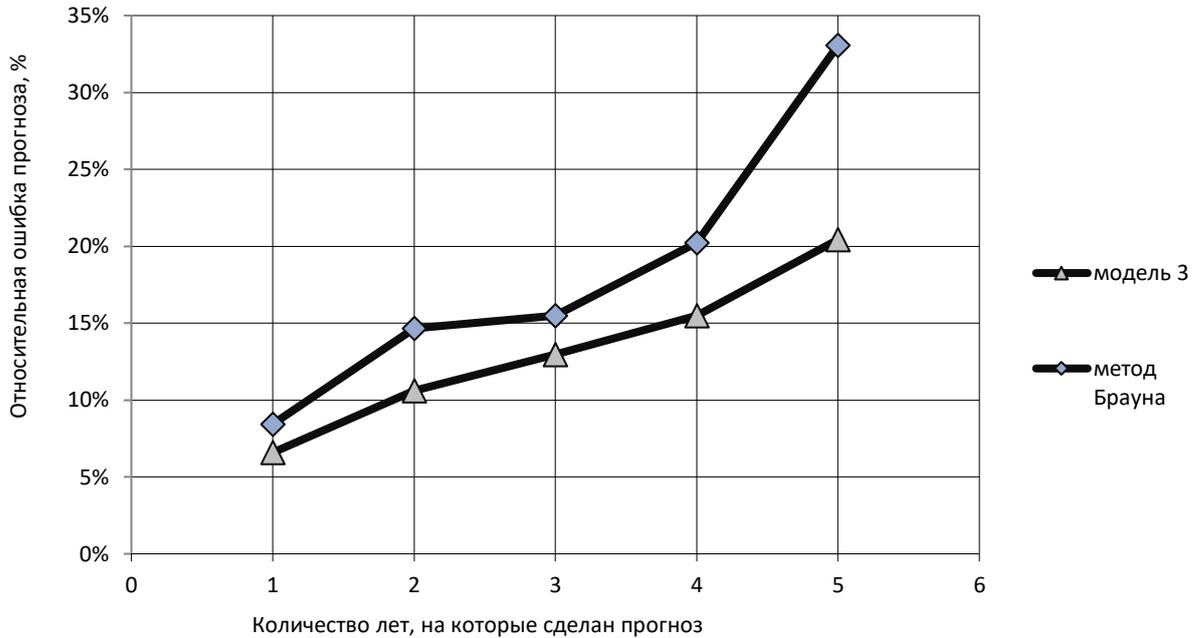


Рисунок 3.29 – Значения усредненных погрешностей ретроспективных прогнозов динамики капитальных ресурсов, рассчитанные по модели 3 (формула 3.44) и методом Брауна

По результатам анализа относительных ошибок прогнозов при использовании различных математических моделей (3.42) – (3.45) наилучшей моделью является третья модель (3.44), которая обладает наименьшими ошибками прогнозов по сравнению с остальными.

### 3.2.2 Разработка и построение математических моделей динамики использования трудовых ресурсов

При построении модели изменения числа работающих в производстве  $L(t)$  в качестве первоначальной математической модели была выбрана ковариационно-стационарная стохастическая математическая модель в форме разностного уравнения третьего порядка с полиномиальным трендом второго порядка (3.42):

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \lambda_3 y_{k-3} + \lambda_4 + \lambda_5 t_k + \lambda_6 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = 3, 4, 5, \dots, N.$$

Результаты вычислений параметров данной и последующих моделей динамики использования трудовых ресурсов и их статистический анализ приведены в таблице 3.10.

Проверка значимости параметров построенной модели (3.42) показала, что критерии Стьюдента для параметров  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  меньше критических значений, следовательно значения полученных коэффициентов являются незначимыми.

С учетом сделанного вывода была рассмотрена ковариационно-стационарная стохастическая математическая модель в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом второго порядка (3.43):

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \lambda_4 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = 2, 3, 4, \dots, N.$$

Поскольку в модели (3.43) согласно результатам вычислений незначимым оказался параметр  $\lambda_4$ , то математическая модель динамики использования трудовых ресурсов в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом первого порядка примет вид:

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \varepsilon_k. \quad (3.50)$$

Четвертая модель динамики трудовых ресурсов является ковариационно-стационарной стохастической моделью временного ряда, построенной на основе системы уравнений (3.40).

При описании случайного возмущения моделью авторегрессии первого порядка имеем систему уравнений

$$\begin{cases} y_k = \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \eta_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \\ \eta_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{1-\lambda_1^2}}, \quad \eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases}$$

В результате преобразований получим систему уравнений, описывающую временной ряд наблюдений:

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \sqrt{1-\lambda_1^2} (y_0 - \lambda_2 - \lambda_3 t_0) + \varepsilon_0; \\ y_k = \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 - \lambda_3 t_{k-1}) + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases} \quad (3.51)$$

Согласно формуле (3.38) элементы вектора  $z$  и элементы  $f_{k,j}$  вектора-строки  $f_k$  матрицы  $F$  для моделей динамики трудовых ресурсов (3.42) и (3.43) будут определяться по формулам (3.46) и (3.47), соответственно, а для моделей изменения

численности занятых в производстве сотрудников (3.50) и (3.51) будет определяться следующим образом.

Для линейной ковариационно-стационарной модели (3.50) в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом второго порядка:

$$\begin{cases} z_k = y_{k+1}; \\ f_k = (y_k, 1, t_{k+1}), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.52)$$

Для ковариационно-стационарной модели (3.51) в форме разностного уравнения с нелинейным трендом в форме мультипликативно-степенной трехфакторной функции:

$$\begin{cases} z_k = y_{k+1}; \\ f_k = (y_k - \lambda_2 - \lambda_3 t_k, 1 - \lambda_2, t_{k+1} - \lambda_3 t_k), \end{cases} \quad k = \overline{1, N-1}. \quad (3.53)$$

В таблице 3.9. приведены результаты вычислений параметров данных моделей динамики трудовых ресурсов 1–4 (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) и их статистического анализа.

Оценка адекватности математической модели проводилась с помощью проверки статистической значимости каждого коэффициента регрессионного уравнения на основе t–статистики Стьюдента, а также анализа значений суммы квадратов отклонений модельных значений от фактических, средних относительных отклонений модельных значений от фактических и меры обусловленности матрицы нормальной системы уравнений.

Таблица 3.9. – Результаты расчетов параметров математических моделей динамики трудовых ресурсов

Модель		Коэффициенты модели						$Q_{ocm}$	$s, \%$	$cond$	DW
№	Формула	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$				
1	(3.42)	0,430	0,063	0,048	1976,30	-1,955	0,00048	0,145	7,8%	$3,9 \cdot 10^6$	2,12
2	(3.43)	0,698	0,249	-0,0083	0,0001	–	–	0,220	9,3%	$1,7 \cdot 10^6$	2,03
3	(3.50)	0,672	0,281	-0,0088	–	–	–	0,222	9,3%	$8,9 \cdot 10^3$	1,96
4	(3.51)	0,764	0,860	-0,0191	–	–	–	0,250	9,7%	$4,6 \cdot 10^2$	1,91

Для проведения сравнительного анализа полученных моделей, были также рассчитаны прогнозные значения трудовых ресурсов адаптивным методом Брауна.

Статистический анализ полученных результатов показал, что построенные модели (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) обладают достаточно хорошими аппроксимативными свойствами и высокой степенью адекватности.

Оценка значений критерия Дарбина-Уотсона свидетельствует об отсутствии автокорреляции в рассматриваемых моделях (3.42), (3.43), (3.50), (3.51).

Анализ параметров моделей показал, что повышение порядка авторегрессии для построения модели изменения величины трудовых ресурсов статистически неоправданно.

Для окончательного выбора наилучшей математической модели для описания динамики использования трудовых ресурсов также была проведена оценка погрешностей ретроспективных прогнозов на один или несколько лет.

На рисунке 3.30 приведены значения относительных погрешностей прогноза трудовых ресурсов, построенных по моделям (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) по выборкам объемом  $N = 31$  год на 1 год вперед в сравнении с методом Брауна [20, 27].

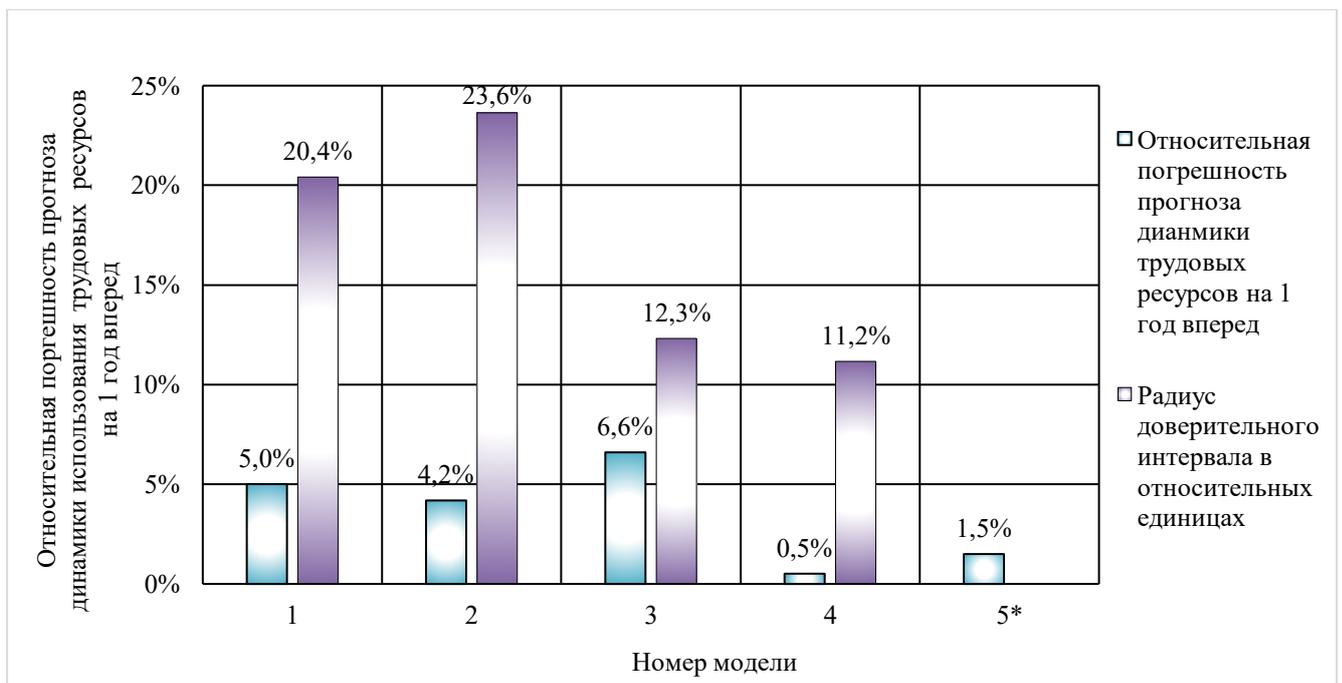


Рисунок 3.30 – Диаграмма погрешностей прогноза динамики затрачиваемых трудовых ресурсов на один год вперед для моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51)

Для оценки прогнозных свойств разработанных математических моделей (3.42) – (3.45) были построены ретроспективные прогнозы динамики капитальных ресурсов по выборкам  $N = 10$  лет на  $p = 1$  год. Результаты расчетов прогнозов динамики капитальных ресурсов и границы доверительных интервалов в сравнении со статистическими данными изменения капитальных ресурсов графически отображены на рисунках 3.31 – 3.34.

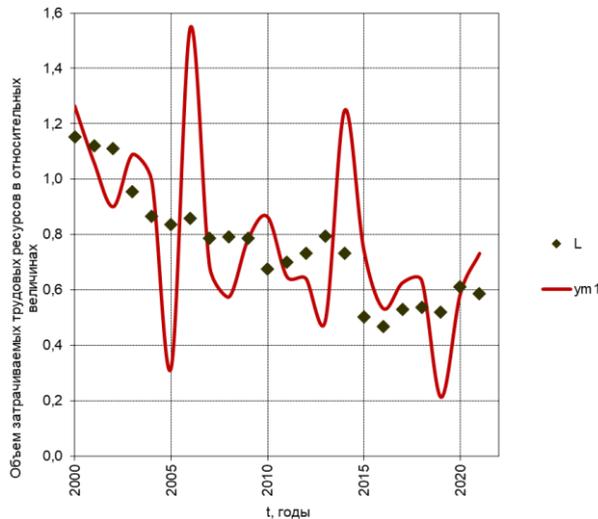


Рисунок 3.31 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 1 (3.42)

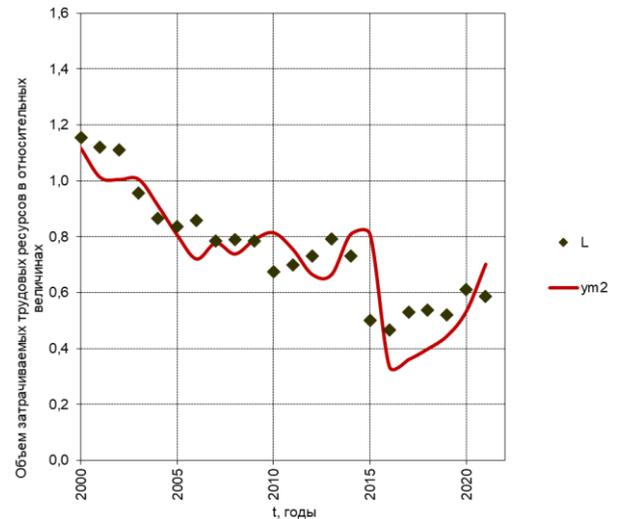


Рисунок 3.32 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 2 (3.43)

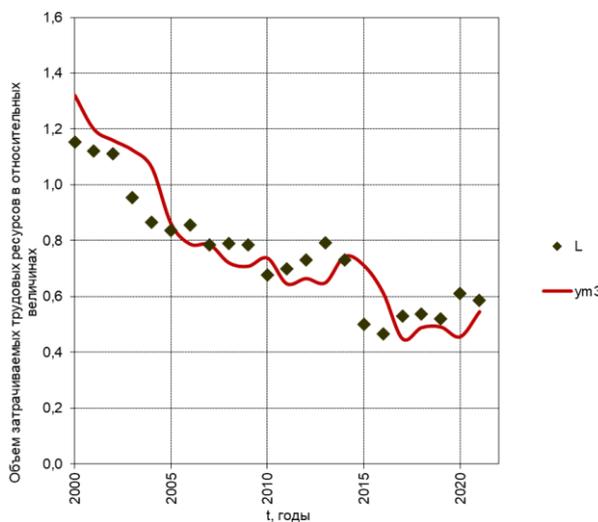


Рисунок 3.33 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 3 (3.50)

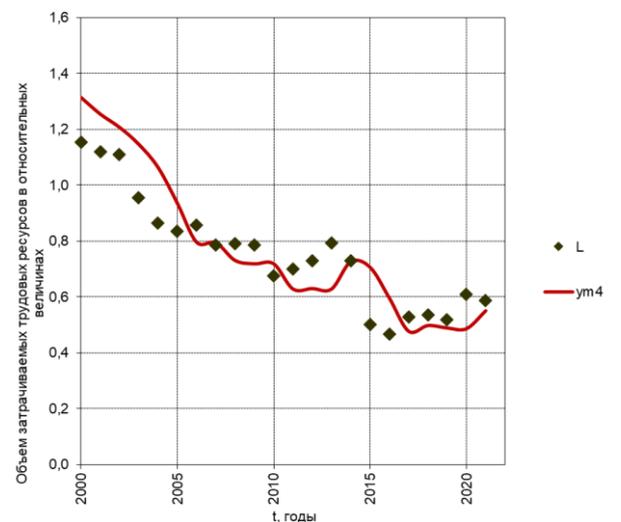


Рисунок 3.34 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 4 (3.51)

На рисунке 3.35 приведены усредненные значения относительных погрешностей прогнозов и усредненные значения радиусов доверительных интервалов для моделей 1–4 (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год).

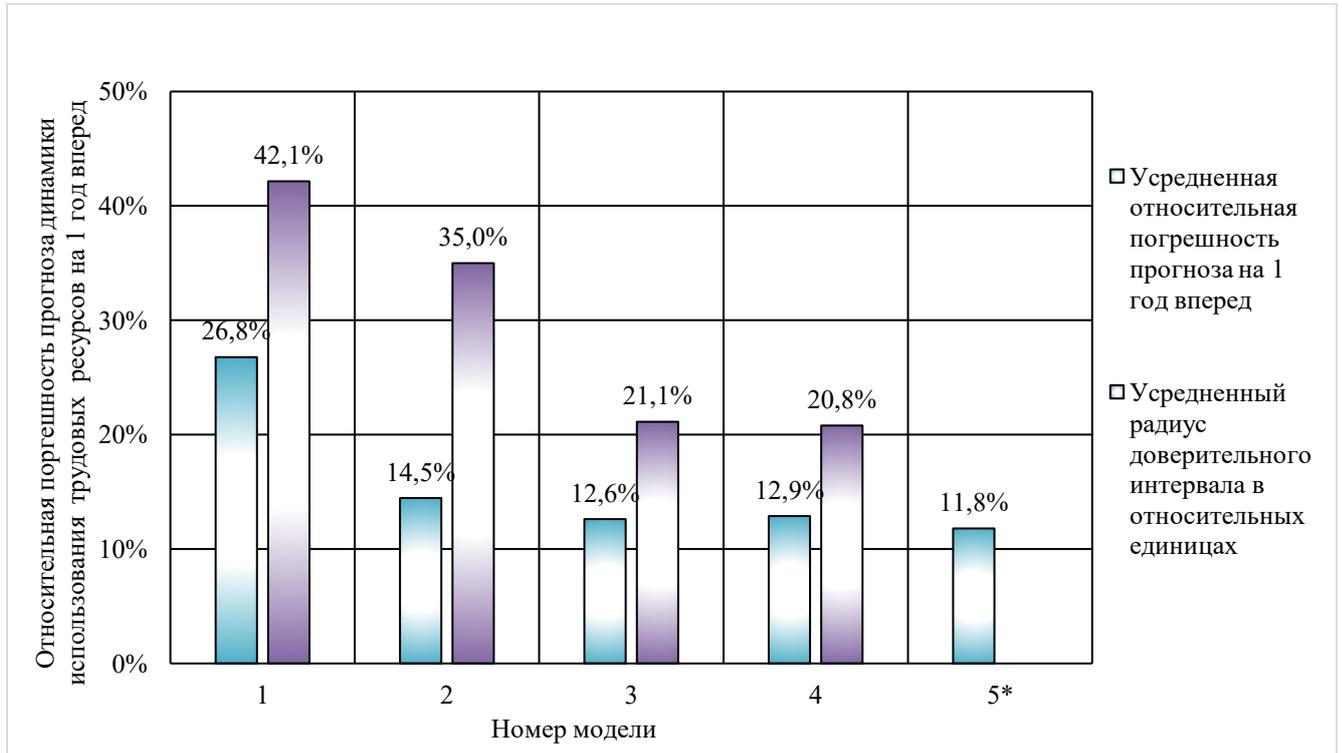


Рисунок 3.35 – Сравнительный анализ усредненных значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51)  $N = 10$  лет,  $p = 1$  год).

Для оценки прогнозных свойств разработанных математических моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) также были построены ретроспективные прогнозы динамики трудовых ресурсов по выборкам  $N = 20$  лет на  $p = 1$  год. Результаты расчетов прогнозов динамики трудовых ресурсов и границы доверительных интервалов в сравнении со статистическими данными изменения трудовых ресурсов графически отображены на рисунках 3.36 – 3.39. Усредненные значения относительных погрешностей прогнозов и усредненные радиусы доверительных интервалов графически отображены на рисунке 3.40 в сравнении с методом Брауна.

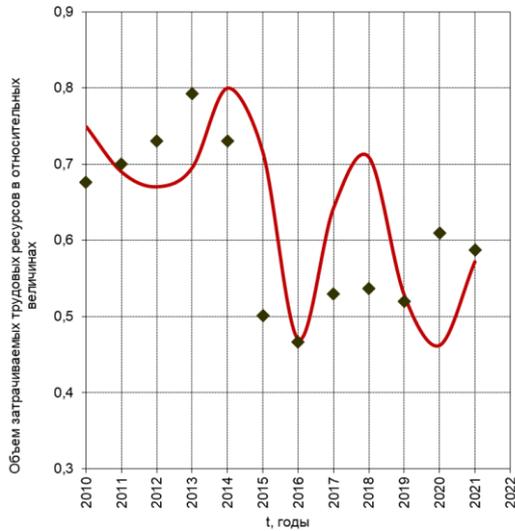


Рисунок 3.36 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 1 (3.42)

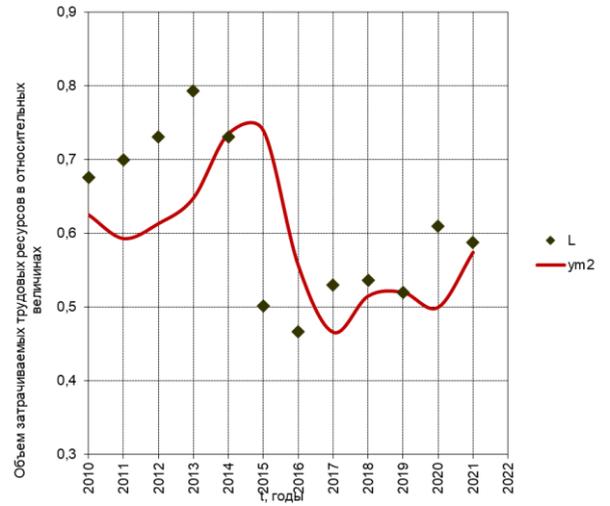


Рисунок 3.37 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 2 (3.43)

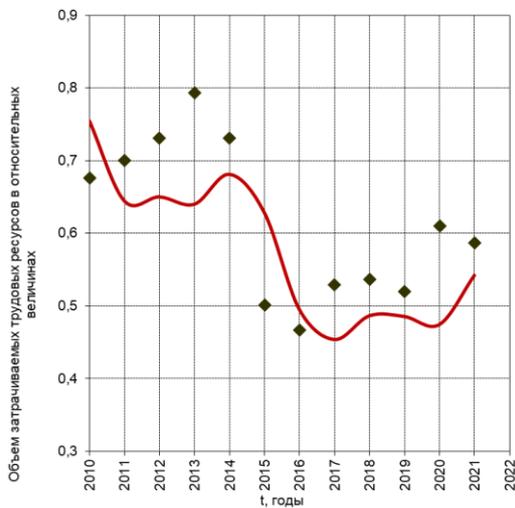


Рисунок 3.38 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 3 (3.50)

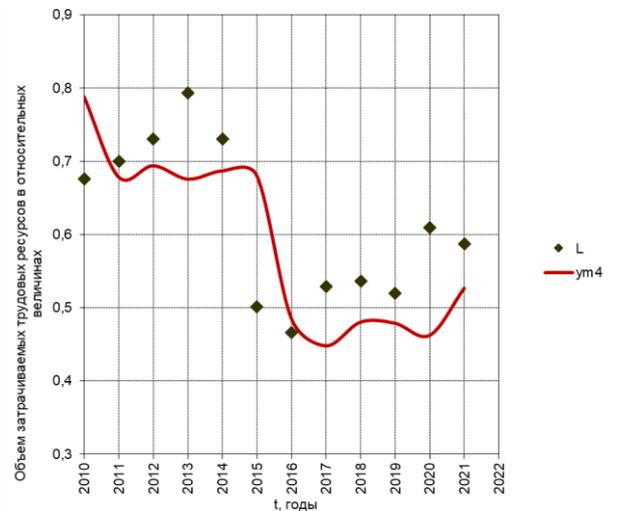


Рисунок 3.39 – График прогнозных значений динамики использования трудовых ресурсов  $L$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 4 (3.51)

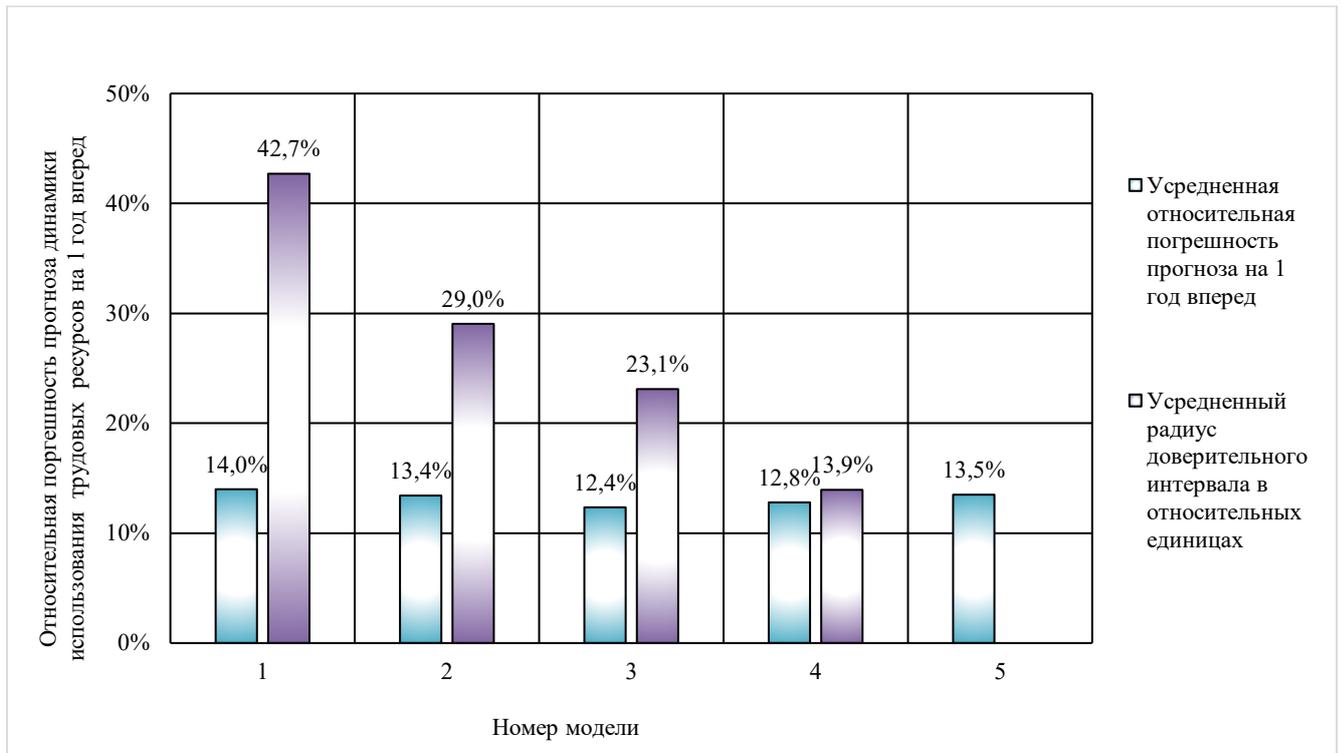


Рисунок 3.40 – Сравнительный анализ усреднённых значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год)

Также были исследованы прогнозные свойства моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51). Для этого были построены прогнозы на  $p=1,2,3,4$  и 5 по выборкам объемом  $N = 20$  лет. Прогнозы были сделаны, начиная с 2010 года по 2021-й год. Усредненные результаты погрешностей прогнозов приведены в таблице 3.10.

Таблица 3.10. – Погрешности прогноза динамики трудовых ресурсов, сделанного на основе исследуемых математических моделей

Прогноз на количество лет	Номер модели				
	1	2	3	4	5*
1	14,0%	13,4%	12,4%	12,8%	13,5%
2	30,8%	24,5%	18,6%	19,8%	21,4%
3	34,6%	28,8%	19,3%	20,3%	26,5%
4	30,9%	31,1%	18,5%	19,6%	27,1%
5	31,9%	35,2%	16,5%	21,5%	22,8%

На рисунке 3.41 продемонстрированы усредненные значения погрешностей прогнозов динамики трудовых ресурсов, рассчитанные по модели 3 (3.50) и методом экспоненциального сглаживания Брауна.

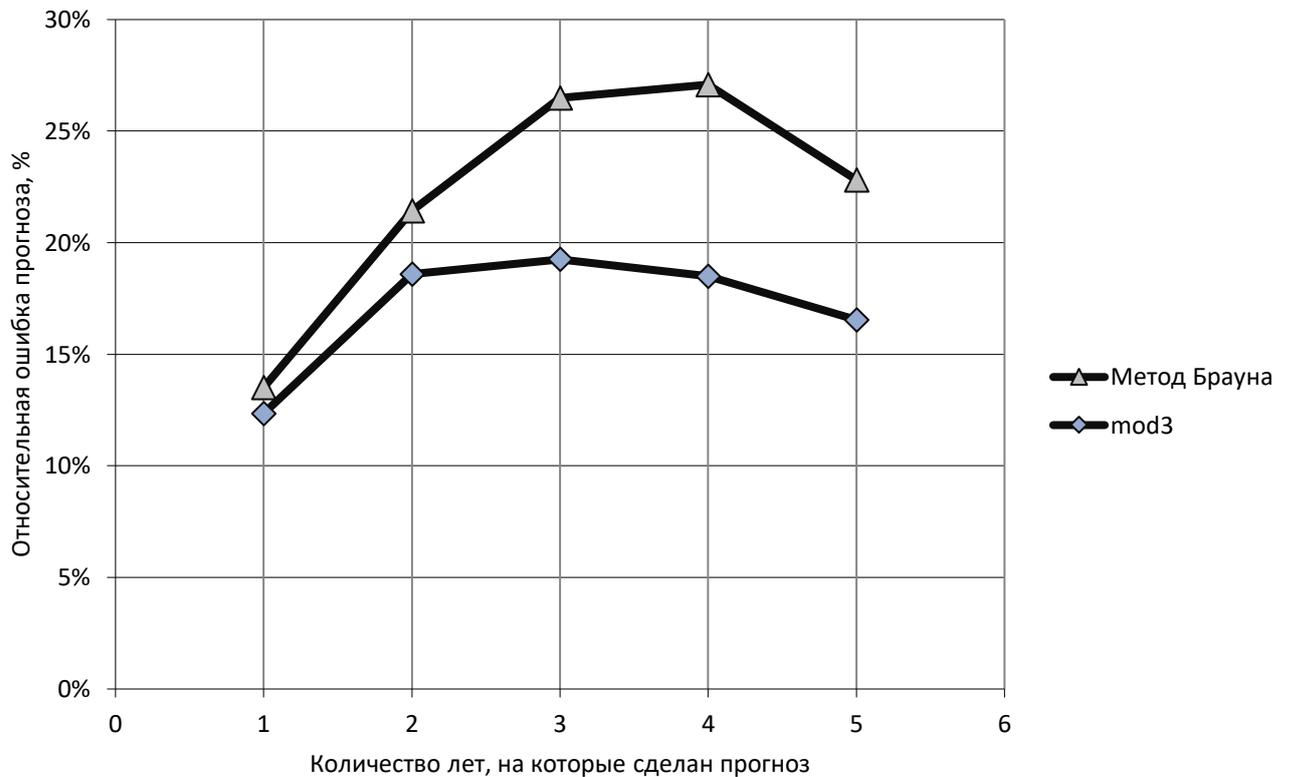


Рисунок 3.41 – Значения усредненных погрешностей ретроспективных прогнозов динамики трудовых ресурсов, рассчитанные по модели 3 (формула 3.50) и методом Брауна

По результатам анализа относительных ошибок прогнозов при использовании различных математических моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) наилучшей моделью является третья модель (3.50), которая обладает наименьшими ошибками прогнозов по сравнению с остальными.

### 3.2.3 Разработка и построение математических моделей динамики топливных ресурсов

При построении модели динамики топливных ресурсов  $B(t)$  в качестве первоначальной математической модели аналогично построению моделей динамики капитальных и трудовых ресурсов была выбрана ковариационно-стационарная стохастическая математическая модель в форме разностного уравнения третьего порядка с полиномиальным трендом второго порядка (3.42):

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 y_{k-2} + \lambda_3 y_{k-3} + \lambda_4 + \lambda_5 t_k + \lambda_6 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = 3, 4, 5, \dots, N$$

Результаты вычислений параметров данной и последующих моделей динамики топливных ресурсов и их статистический анализ приведены в таблице 3.12.

Проверка значимости параметров построенной модели (3.42) показала, что критерии Стьюдента для параметров  $\lambda_2$  и  $\lambda_3$  меньше критических значений, следовательно значения полученных коэффициентов являются незначимыми.

С учетом сделанного вывода была рассмотрена ковариационно-стационарная стохастическая математическая модель в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом второго порядка (3.43):

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \lambda_4 t_k^2 + \varepsilon_k, \quad k = 2, 3, 4, \dots, N.$$

Поскольку в модели (3.43) согласно результатам вычислений незначимым оказался параметр  $\lambda_4$ , то математическая модель динамики топливных ресурсов в форме разностного уравнения первого порядка с полиномиальным трендом первого порядка примет вид (3.50):

$$y_k = \lambda_1 y_{k-1} + \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \varepsilon_k.$$

Четвертая модель динамики топливных ресурсов является ковариационно-стационарной стохастической моделью временного ряда, построенной на основе системы уравнений (3.40).

При описании случайного возмущения моделью авторегрессии первого порядка имеем систему уравнений

$$\begin{cases} y_k = \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \eta_k, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \\ \eta_0 = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{1-\lambda_1^2}}, \quad \eta_k = \lambda_1 \eta_{k-1} + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases}$$

В результате преобразований получим систему уравнений, описывающую временной ряд наблюдений (3.51):

$$\begin{cases} y_0 = y_0 - \sqrt{1-\lambda_1^2} (y_0 - \lambda_2 - \lambda_3 t_0) + \varepsilon_0; \\ y_k = \lambda_2 + \lambda_3 t_k + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 - \lambda_3 t_{k-1}) + \varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, N-1. \end{cases}$$

Элементы вектора  $z$  и элементы  $f_{k,j}$  вектора-строки  $f_k$  матрицы  $F$ , определяемые по формуле (3.38), для моделей динамики топливных ресурсов (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) будут определяться аналогично моделям динамики трудовых ресурсов по формулам (3.46), (3.47), (3.52), (3.53).

В таблице 3.11. приведены результаты вычислений параметров данной моделей динамики топливных ресурсов (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) и их статистический анализ.

Оценка адекватности математической модели проводилась с помощью проверки статистической значимости каждого коэффициента регрессионного уравнения на основе  $t$ -статистики Стьюдента, а также анализа значений суммы квадратов отклонений модельных значений от фактических, средних относительных отклонений модельных значений от фактических и меры обусловленности матрицы нормальной системы уравнений.

Таблица 3.11 – Результаты расчетов параметров математических моделей динамики топливных ресурсов

Модель		Коэффициенты модели						$Q_{ocm}$	$s, \%$	$cond$	DW
№	фор-мула	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$				
1	(3.42)	0,657	0,041	-0,166	0,29	-0,004	-0,00011	0,020	4,3%	$2,9 \cdot 10^7$	2,13
2	(3.43)	0,791	0,121	-0,0014	-0,0001			0,035	5,3%	$3,8 \cdot 10^6$	1,66
3	(3.50)	0,766	0,133	-0,0018				0,035	5,3%	$2,2 \cdot 10^4$	1,60
4	(3.51)	0,915	0,672	-0,01621				0,047	5,9%	$4,3 \cdot 10^2$	1,40

Для проведения сравнительного анализа полученных моделей, были также рассчитаны прогнозные значения топливных ресурсов адаптивным методом Брауна, используемые в работах.

Статистический анализ полученных результатов показал, что построенные модели (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) обладают достаточно хорошими аппроксимативными свойствами и высокой степенью адекватности.

Оценка значений критерия Дарбина–Уотсона свидетельствует об отсутствии автокорреляции в моделях (3.42), (3.43), (3.50), (3.51).

Анализ параметров моделей показал, что повышение порядка авторегрессии для построения модели изменения потребления топливных ресурсов статистически неоправданно.

Для окончательного выбора наилучшей математической модели для описания динамики использования топливных ресурсов также была проведена оценка погрешностей ретроспективных прогнозов на один или несколько лет.

На рисунке 3.42 приведены значения относительных погрешностей прогноза потребления топливных ресурсов, построенных по моделям (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) выборкам объемом  $N = 31$  год на 1 год вперед в сравнении с методом Брауна.

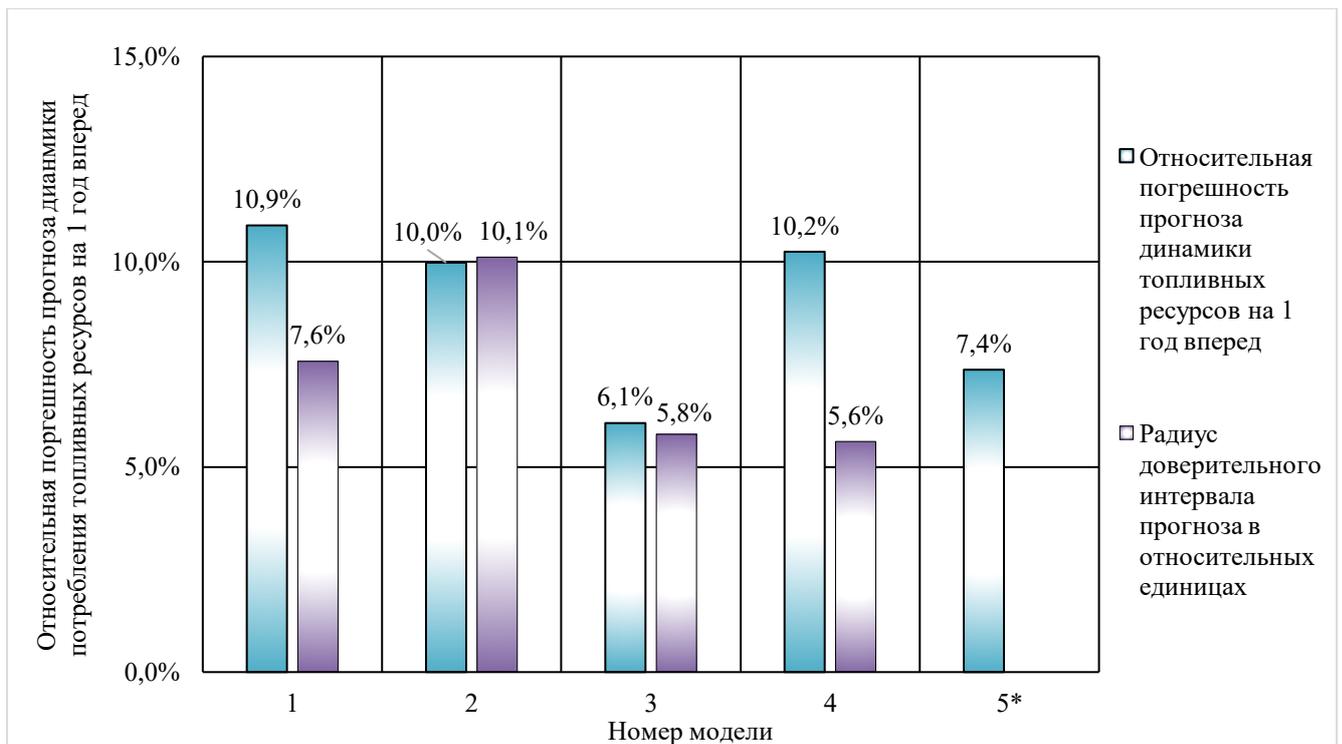


Рисунок 3.42 – Диаграмма погрешностей прогноза динамики использования топливных ресурсов на один год вперед для моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51)

Также проведена оценка погрешностей ретроспективных прогнозов изменения объемов затрачиваемых топливных ресурсов по моделям (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) выборкам объемом  $N = 10$  лет на  $p = 1$  год вперед. Результаты расчетов прогнозов динамики топливных ресурсов и границы доверительных интервалов в сравнении со статистическими данными изменения потребления топливных ресурсов графически отображены на рисунках 3.43 – 3.46.

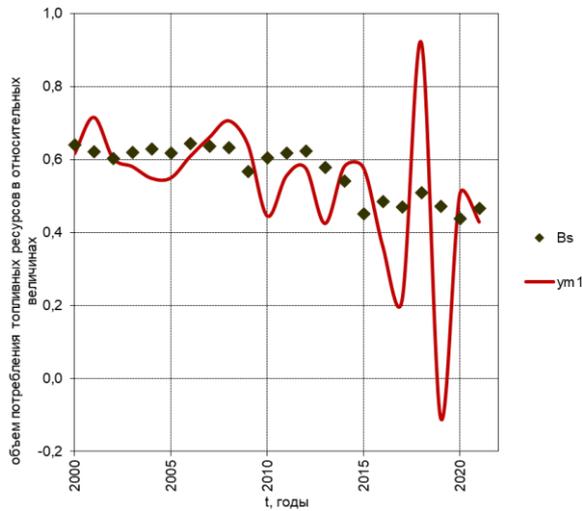


Рисунок 3.43 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 1 (3.42)

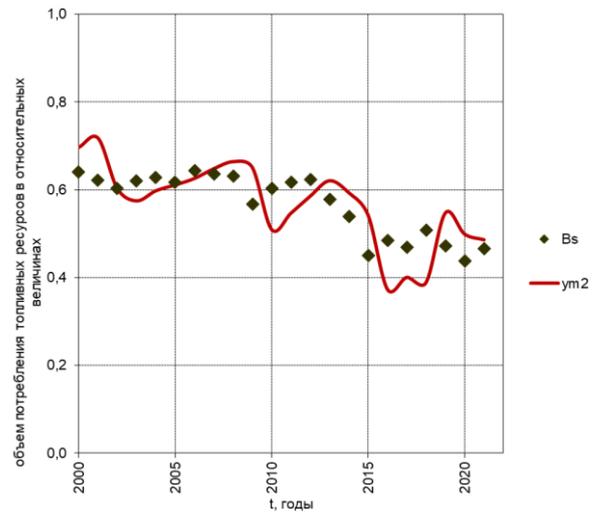


Рисунок 3.44 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 2 (3.43)

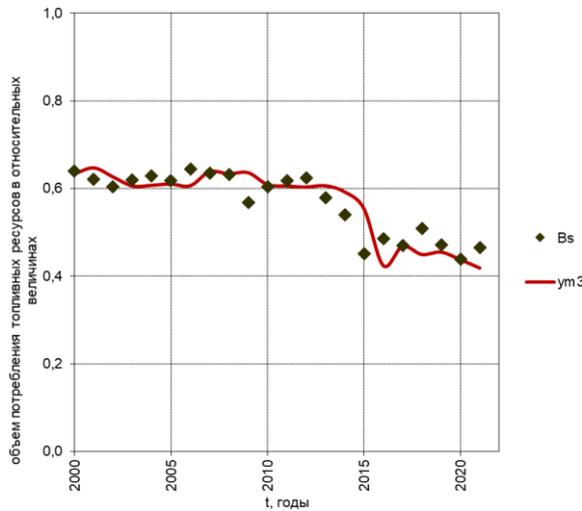


Рисунок 3.45 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 3 (3.50)

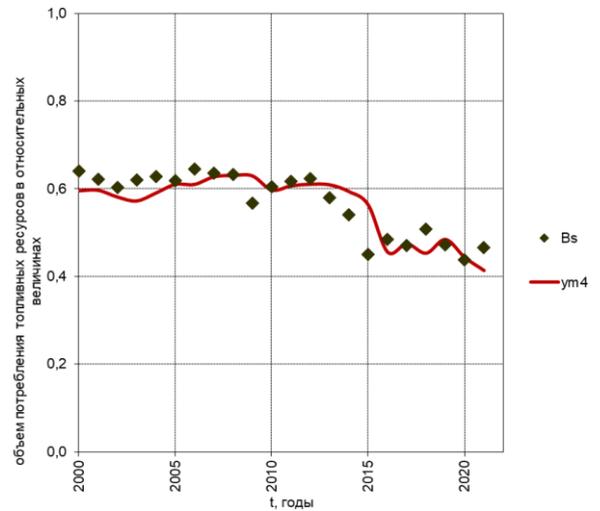


Рисунок 3.46 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год) для модели 4 (3.51)

На рисунке 3.47 приведены усредненные значения относительных погрешностей прогнозов и усредненные значения радиусов доверительных интервалов для моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год).

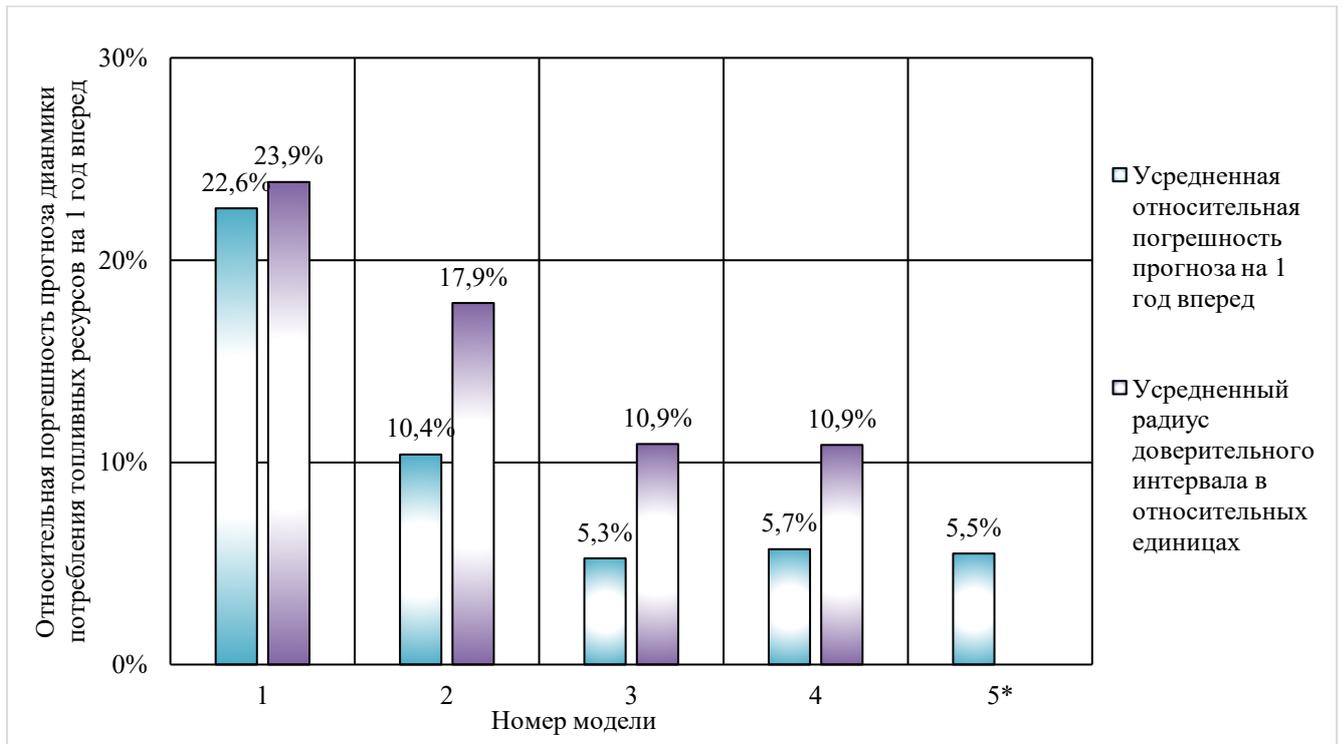


Рисунок 3.47 – Сравнительный анализ усредненных значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) ( $N = 10$  лет,  $p = 1$  год).

Для оценки прогнозных свойств разработанных математических моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) также были построены ретроспективные прогнозы динамики топливных ресурсов по выборкам  $N = 20$  лет на  $p = 1$  год. Результаты расчетов прогнозов динамики топливных ресурсов и границы доверительных интервалов в сравнении со статистическими данными изменения топливных ресурсов графически отображены на рисунках 3.48 – 3.51.

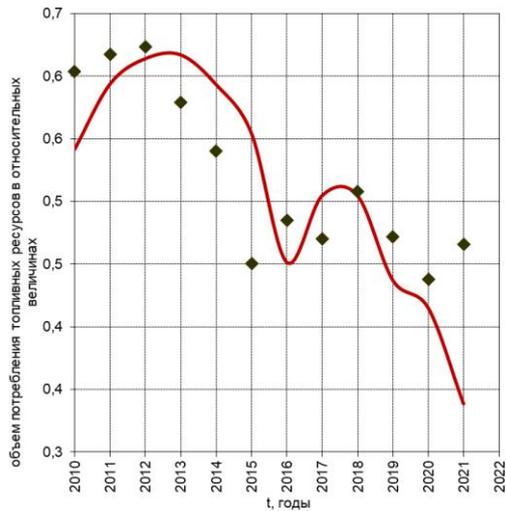


Рисунок 3.48 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 1 (3.42)

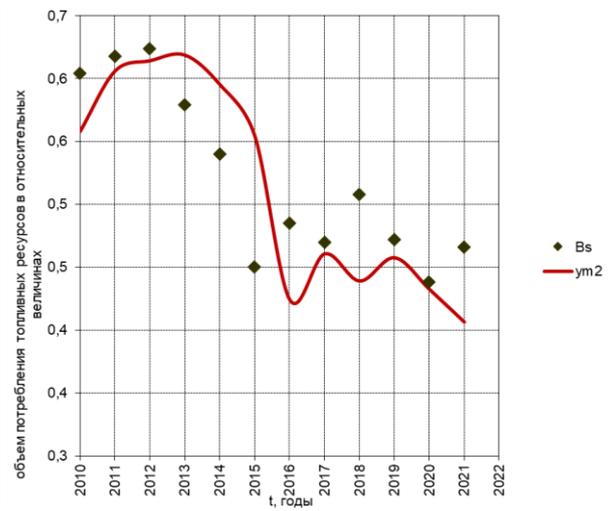


Рисунок 3.49 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 2 (3.43)

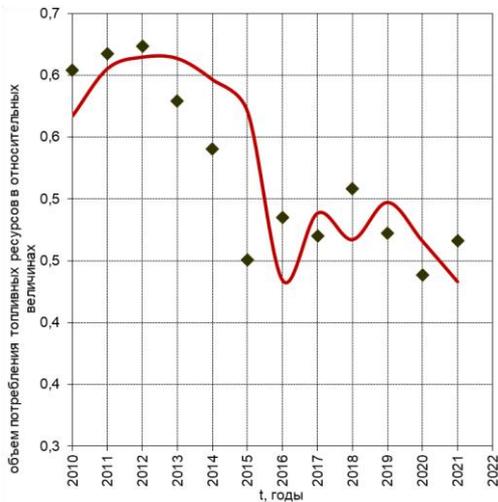


Рисунок 3.50 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 3 (3.50)

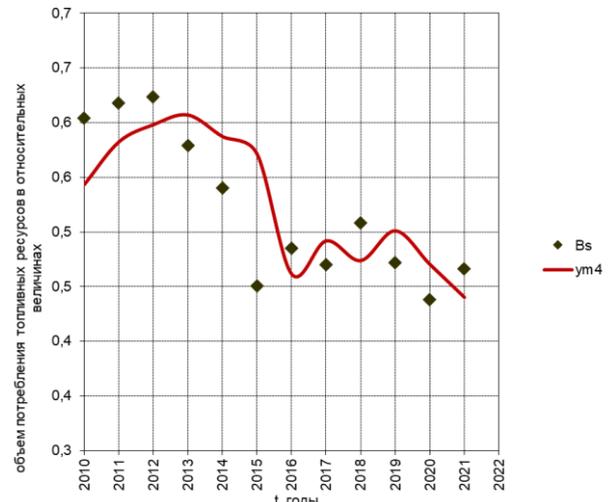


Рисунок 3.51 – График прогнозных значений динамики потребления топливных ресурсов  $B_s$  ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год) для модели 4 (3.51)

На рисунке 3.52 отображены усредненные значения относительных погрешностей прогнозов и усредненные радиусы доверительных интервалов графически в сравнении с методом Брауна.

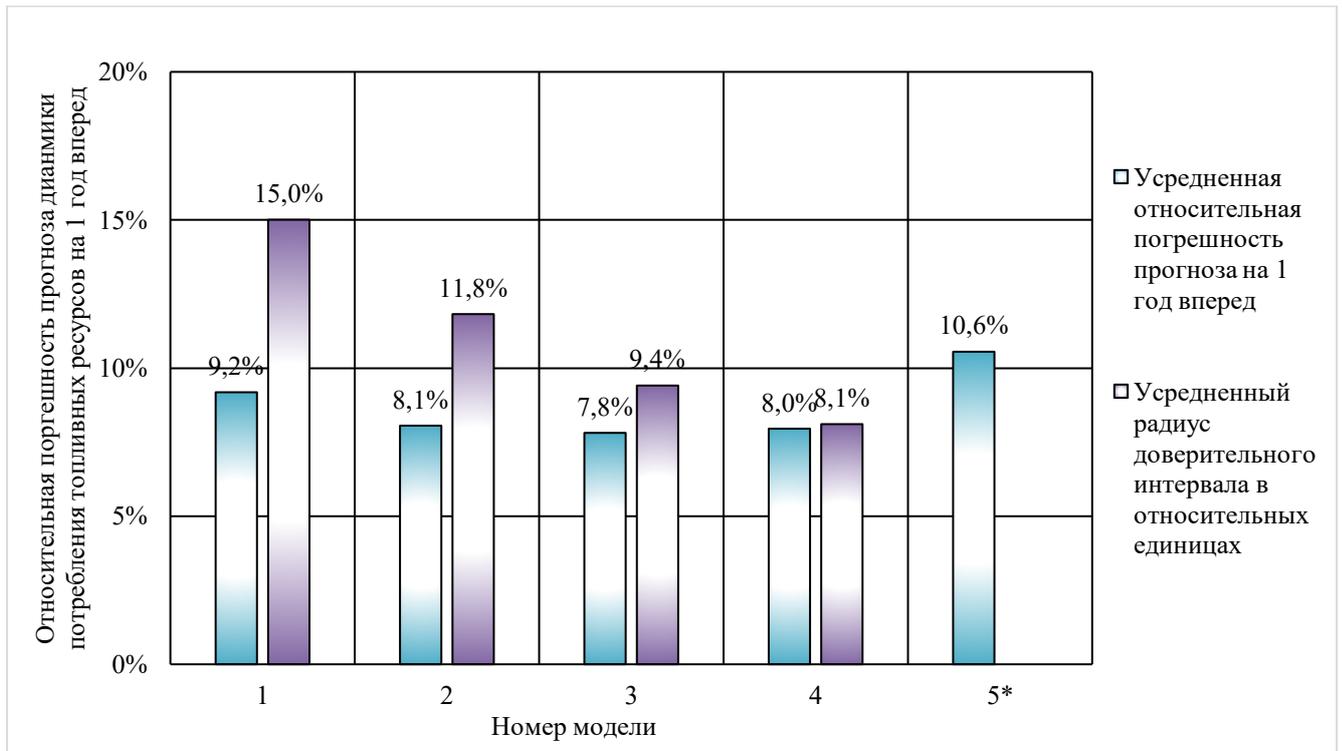


Рисунок 3.52 – Сравнительный анализ усреднённых значений относительных погрешностей прогнозов и усредненных радиусов доверительных интервалов для моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) ( $N = 20$  лет,  $p = 1$  год).

Исследованы также прогнозные свойства моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51). Для этого были построены прогнозы на  $p = 1, 2, 3, 4$  и  $5$  по выборкам объемом  $N = 20$  лет. Прогнозы были сделаны, начиная с 2010 года по 2021-ый год. Усредненные результаты погрешностей прогнозов приведены в таблице 3.12.

Таблица 3.12 – Погрешности прогноза динамики потребления топливных ресурсов, сделанного на основе исследуемых математических моделей

Прогноз на количество лет	Номер модели				
	1	2	3	4	5*
1	9,2%	8,1%	7,8%	8,0%	10,6%
2	12,9%	12,8%	10,0%	9,1%	14,3%
3	16,9%	18,1%	13,5%	12,4%	22,3%
4	17,6%	21,2%	16,1%	11,7%	29,4%
5	19,5%	23,8%	18,3%	11,7%	35,2%

На рисунке 3.53 продемонстрированы усредненные значения погрешностей прогнозов динамики топливных ресурсов, рассчитанные по модели 4 (3.51) и методом экспоненциального сглаживания Брауна.

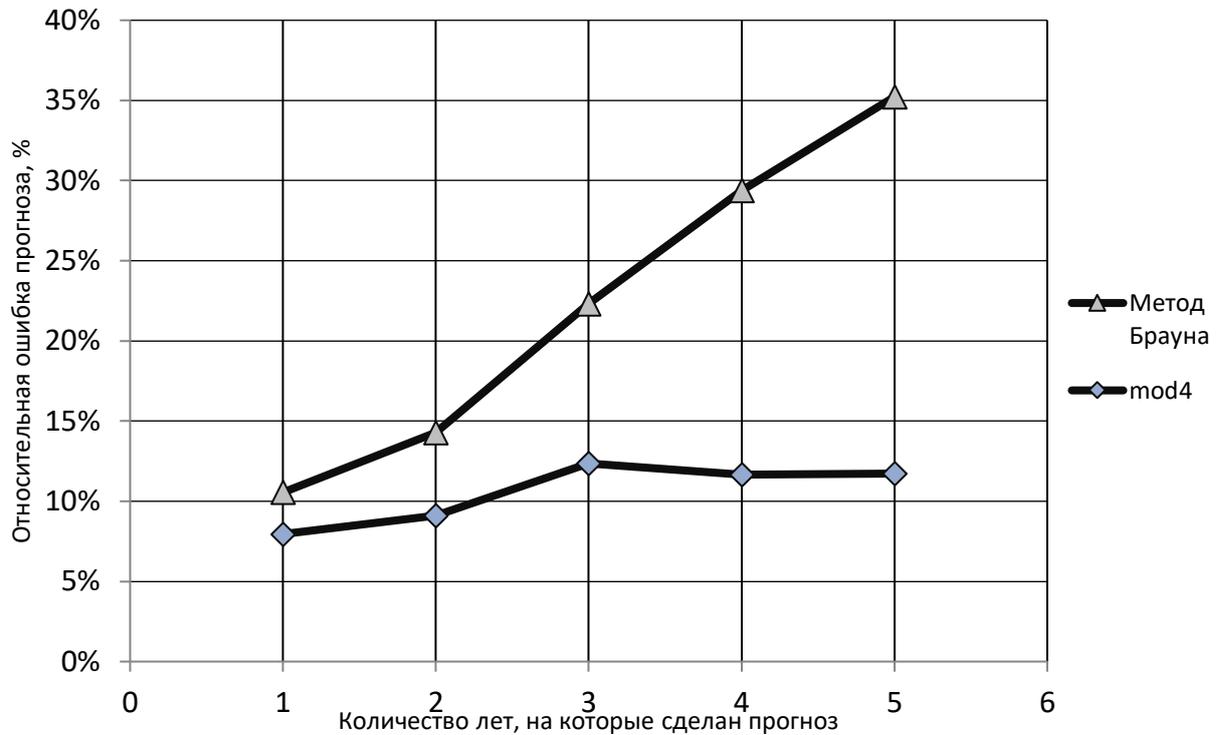


Рисунок 3.53 –Значения усредненных погрешностей ретроспективных прогнозов динамики топливных ресурсов, рассчитанные по модели 4 (формула 3.51) и методом Брауна

По результатам анализа относительных ошибок прогнозов при использовании различных математических моделей (3.42), (3.43), (3.50), (3.51) наилучшей моделью является четвертая модель (3.51), которая обладает наименьшими ошибками прогнозов по сравнению с остальными.

### 3.3 Выводы по третьей главе

В третьей главе получены следующие основные результаты:

1. Построены и систематизированы ковариационно-стационарные модели динамики производства суммарной энергии энергосистемой Самарской области в форме разностных уравнений с детерминированными трендами в виде линейных и нелинейных трех факторных зависимостей, учитывающие стохастический характер временного ряда результатов наблюдений и проведена их параметрическая идентификация на основе статистических данных функционирования региональной энергосистемы.

2. Проведен статистический анализ результатов параметрической идентификации, в том числе, анализ остатков, сделаны выводы об устойчивости

используемых алгоритмов численных методов и целесообразности применения моделей временных рядов при описании случайного возмущения в регрессионных моделях.

3. По результатам сравнительного анализа на основе оценок погрешности прогноза из рассматриваемой совокупности моделей выбрана наиболее эффективная математическая модель с минимальной ошибкой прогноза выпуска продукции энергосистемы на период времени от одного года до пяти лет.

4. Для описания динамики использования капитальных, трудовых и топливных ресурсов энергосистемой Самарской области разработаны ковариационно-стационарные модели временных рядов в форме разностных уравнений с детерминированными полиномиальными трендами, учитывающие стохастический характер временного ряда результатов наблюдений, и проведена параметрическая идентификация их параметров по статистическим данным функционирования региональной энергосистемы.

5. Проведены статистический анализ результатов параметрической идентификации и оценка погрешностей прогнозов построенных моделей динамики основных ресурсов, на основе которых выбраны наиболее эффективные математические модели динамики капитальных, трудовых и топливных ресурсов.

## 4 КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

Региональная система энергетика является основой развития промышленности региона и поддержания качества жизни бытовых потребителей, что обуславливает необходимость и актуальность проведения комплексного оценивания эффективности ее функционирования.

В четвертой главе проводится оценка эффективности деятельности энергосистемы на основе разработанного комплекса критериев эффективности, включающего в себя анализ факторных эластичностей ресурсов, предельных производительностей ресурсов, факторов изменения масштаба производства и совершенствования технологических процессов, исследование фазовых портретов состояний энергосистемы и ее поведения в пространстве входных воздействий.

Приведенные результаты отражены в публикациях автора [18, 21, 22, 23, 104, 135].

### 4.1 Анализ факторных эластичностей выпуска энергии

Как уже отмечалось выше, одной из важнейших характеристик эффективности функционирования реальных производств является коэффициенты эластичности выпуска по  $i$ -ому ресурсу:

$$E_i(x) = \left[ \frac{\frac{\partial f(X)}{\partial x_i}}{\frac{f(X)}{x_i}} \right] = \frac{\partial f(X)}{\partial x_i} \cdot \frac{x_i}{f(X)} = \frac{\partial \ln f(X)}{\partial \ln x_i} \quad (4.1)$$

Эластичность факторов производства — это мера изменения выпуска продукции в ответ на изменение одного из факторов производства (например, труда, капитала или топлива) при условии, что все остальные факторы производства остаются неизменными.

Показатель (4.1) отображает, на сколько процентов изменится выпуск продукции, если увеличить один из факторов производства на 1%.

Поскольку в подразделе 3.1.5 были сделаны выводы о правомерности выбора математической модели, описывающей динамику выпуска продукции региональной энергосистемы, в форме нелинейной трехфакторной степенной зависимости (1.35), факторные эластичности которой не меняются за период времени с 1990 по 2021 год, то для производства энергии факторные эластичности для капитальных, трудовых и топливных ресурсов примут вид:

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{K}{Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial(\text{Ln}Y)}{\partial(\text{Ln}K)}; \\ \beta &= \frac{L}{Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{\partial(\text{Ln}Y)}{\partial(\text{Ln}L)}; \\ \gamma &= \frac{B}{Y} \cdot \frac{\partial Y}{\partial B} = \frac{\partial(\text{Ln}Y)}{\partial(\text{Ln}B)}.\end{aligned}\tag{4.2}$$

Параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  характеризуют эластичность выпуска по использованию основных производственных фондов, трудовых ресурсов и топливных ресурсов, соответственно.

В таблице 4.1. приведены численные значения факторных эластичностей для суммарного производства энергии для двух периодов времени: периода энергоэффективного производства 1976–1989гг. и анализируемого периода 1990–2021гг.

Таблица 4.1 – Факторные эластичности суммарного производства энергии

Периоды	Факторные эластичности		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
1976–1989 гг.	0,159	0,311	0,539
1990–2021гг.	-0,128	0,016	0,945

Значения факторных эластичностей на интервале времени 1976–1989 гг. были положительными. Увеличение объема капитальных ресурсов на 1% в этот период приводило к увеличению выпуска суммарной энергии на 0,159%. Аналогично, увеличение объема трудовых и топливных ресурсов на 1% приводило к росту суммарного отпуска энергии на 0,311% и 0,539%, соответственно. Наибольшее влияние на производство суммарной энергии в этот период оказывали

топливные ресурсы. В целом, временной интервал 1976–1989 гг. характеризуется стабильным ростом производства энергии по всем показателям [24].

Для модели, описывающей период с 1990 по 2021 гг., эластичности  $\alpha$  принимают отрицательные значения ( $\alpha = -0,128$ ) для суммарного производства энергии, то есть увеличение объемов используемых капитальных ресурсов будет приводить к снижению производства энергии. Это соответствует наличию избытка основных фондов в энергосистеме в рассматриваемый период. Эластичность трудовых ресурсов  $\beta$  остаются положительными  $\beta = 0,016$ . При этом наибольшее влияние на производство суммарной энергии оказывают топливные ресурсы: увеличение затрат топлива на 1 % в этот период приводило к увеличению выпуска суммарной энергии на 0,945 %.

Также были рассмотрены факторные эластичности для производства тепловой и электрической энергии. В качестве модели, описывающей динамику выпуска продукции региональной энергосистемы, рассматривалась математическая модель в форме нелинейной трехфакторной степенной зависимости (1.37), результаты расчета параметров которой для производства тепловой энергии приведены в Приложении А, а для электроэнергии — в Приложении Б.

В таблице 4.2 приведены численные значения факторных эластичностей для производства тепловой и электрической энергии для периода 1990–2021 гг.

Таблица 4.2 – Факторные эластичности суммарного производства энергии

Вид энергии	Факторные эластичности		
	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
Тепловая	-0,110	0,105	0,749
Электрическая	0,017	0,128	0,299

Из анализа параметров идентификации моделей в период 1990–2021 гг. видно, что наибольшее влияние на производство тепловой и электрической энергии оказывают топливные ресурсы. Значение эластичности по капитальным ресурсам  $\alpha$  отрицательно для производства тепловой энергии, что подтверждает результаты, полученные при анализе суммарного производства энергии о том, что в

энергосистеме в этот период существовал избыток капитальных ресурсов. Значения эластичности  $\beta$  для производства тепловой и электрической энергии являются положительными в этот период.

#### 4.2 Анализ предельных производительностей ресурсов

Проведем комплексный анализ эффективности использования ресурсов энергосистемой Самарской области с помощью предельных производительностей (3.18) капитальных, трудовых и топливных ресурсов в виде

$Y'_K = \frac{\partial Y}{\partial K}$ ,  $Y'_L = \frac{\partial Y}{\partial L}$  и  $Y'_B = \frac{\partial Y}{\partial B}$ . Они характеризуют предельные отношения прироста

выпуска энергии  $\Delta Y$  к увеличению затрат соответствующего ресурса на  $\Delta x_i$  при  $\Delta x_i \rightarrow 0$  при постоянных значениях остальных ресурсов:

$$r_i = \frac{\Delta Y}{\Delta x_i} \quad (4.3)$$

где  $r_i$  — предельная производительность  $i$ -ого ресурса,  $\Delta x_i$  — объем  $i$ -ого ресурса,  $\Delta Y$  — выпуск продукции.

Предельная производительность  $i$ -ого ресурса равна дополнительному количеству продукта, которой получается при увеличении  $i$ -ого ресурса на единицу.

Используя построенную ранее математическую модель деятельности энергосистемы (4.2), запишем соотношение предельной производительности для капитальных ресурсов в следующем виде:

$$Y'_K = \frac{\partial Y}{\partial K} = \frac{\partial (A \cdot K^\alpha \cdot L^\beta \cdot B^\gamma)}{\partial K} = \alpha \cdot A \cdot K^{\alpha-1} \cdot L^\beta \cdot B^\gamma = \alpha \cdot \frac{Y}{K} \quad (4.4)$$

Аналогично будут определяться предельные производительности трудовых и топливных ресурсов:

$$Y'_L = \frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \cdot \frac{Y}{L}, \quad (4.5)$$

$$Y'_B = \frac{\partial Y}{\partial B} = \gamma \cdot \frac{Y}{B}. \quad (4.6)$$

Используя параметры идентификации математической модели производства суммарной энергии в виде ковариационно-стационарной модели временного ряда в форме разностного уравнения на основе мультипликативно-степенной производственной функции (3.18), рассмотренной в главе 3, и статистические данные деятельности энергосистемы за период 1976–2021 гг., определим по формулам (4.4) – (4.6) предельные производительности основных ресурсов.

На рисунке 4.1 приведена динамика предельных производительностей капитальных ресурсов  $Y'_K = \partial Y / \partial K$  для производства суммарной энергии.

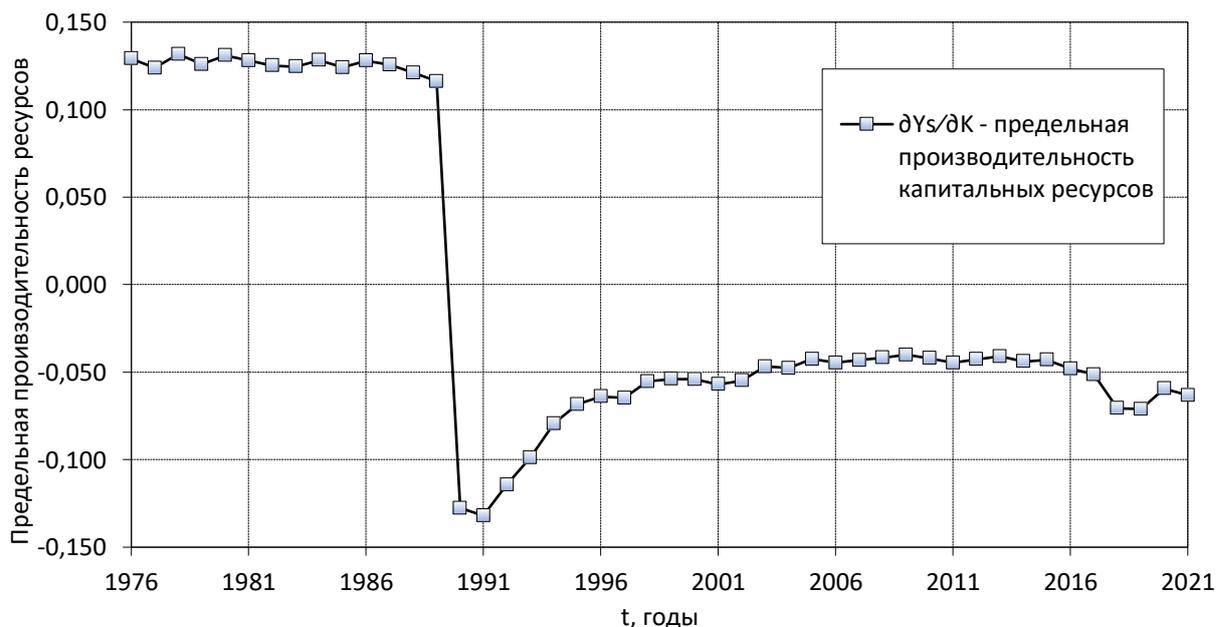


Рисунок 4.1 – Предельная эффективность капитальных ресурсов при производстве суммарной энергии

Период с 1976 по 1989 гг. характеризовался положительными и близкими к постоянным значениями предельных производительностей по основным фондам, среднее значение показателя за этот период равно 0,126. Это свидетельствует о том, что система рационально использовала капитальные ресурсы и функционировала эффективно.

С 1990 года происходит резкое снижение предельных производительностей капитальных ресурсов. Значения  $Y'_K$  становятся отрицательными на всем временном интервале с 1990 по 2021 гг. и достигают минимального значения в

1991 г.  $Y'_K(1991) = -0,132$ . Такое резкое снижение связано с сокращением количества промышленных потребителей тепловой энергии в этот период. В энергосистеме появился избыток капитальных фондов, что привело к кризису ее функционирования. После 1992 г. наблюдается рост значений показателя  $Y'_K$ , но его значения остаются отрицательными вплоть до 2021 г., что свидетельствует об отрицательном вкладе капитальных ресурсов в производство энергии.

Также были рассмотрены предельные производительности капитальных ресурсов для производства тепловой и электрической энергии в период с 1990 по 2021 г., проиллюстрированные на рисунке 4.2.

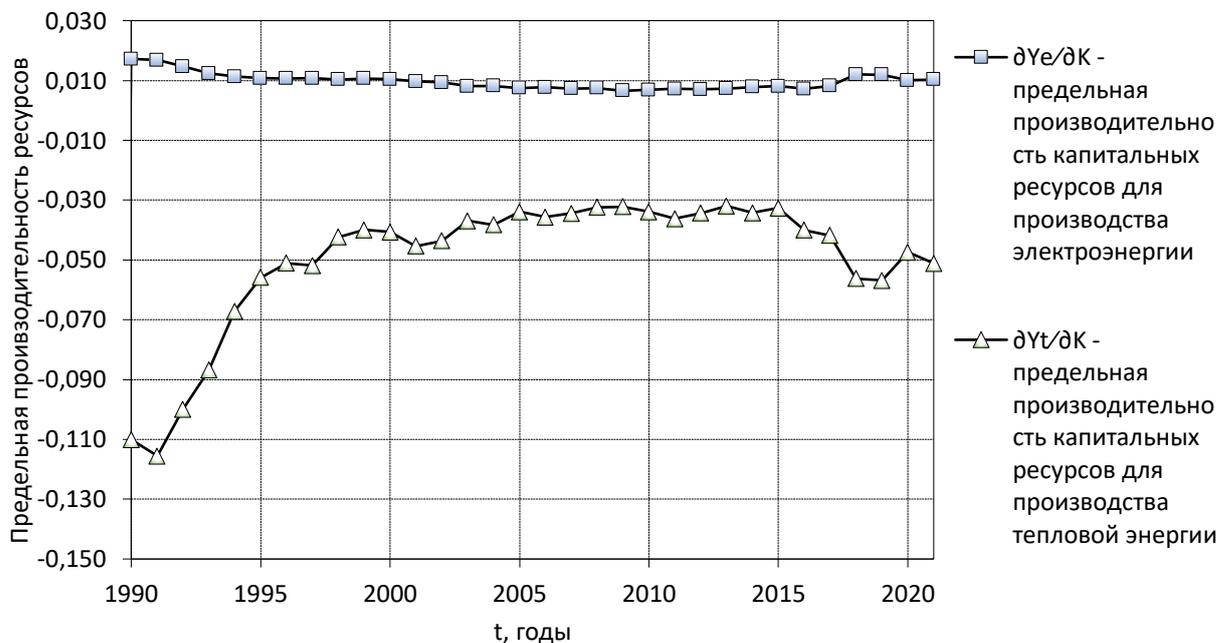


Рисунок 4.2 – Предельная эффективность капитальных ресурсов при производстве электрической и тепловой энергии

После 1990 г. динамика предельной производительности капитальных ресурсов для производства тепловой энергии качественно повторяет динамику этого показателя для суммарного производства энергии. Значения  $Y'_K$  являются отрицательными на всем рассматриваемом периоде, минимальное значение показателя  $Y'_K = -0,116$  достигается в 1991 году, после которого происходит рост значений предельной производительности капитальных ресурсов. Это

свидетельствует об избыточных основных фондах в энергосистеме для производства именно тепловой энергии, что обуславливается резким сокращением количества промышленных потребителей тепловой энергии после структурных изменений в экономике страны и, соответственно, изменением характера потребления тепла с постоянного в течение года на сезонный отопительный.

При этом поведение предельной производительности капитальных ресурсов для выпуска электроэнергии значительно отличается от поведения этого же показателя для производства суммарной и тепловой энергии. После снижения значений показателя на 34,43% с 1990 по 1994 гг., в период с 1994 по 2021 гг. наблюдается стабилизация значений  $Y'_k$ , при этом среднее значение равно 0,09. Кроме этого, предельная производительность капитальных ресурсов для производства электроэнергии была положительной на всем рассматриваемом интервале времени.

На рисунке 4.3 представлена динамика предельных производительностей трудовых ресурсов для производства суммарной энергии  $Y'_L$ .

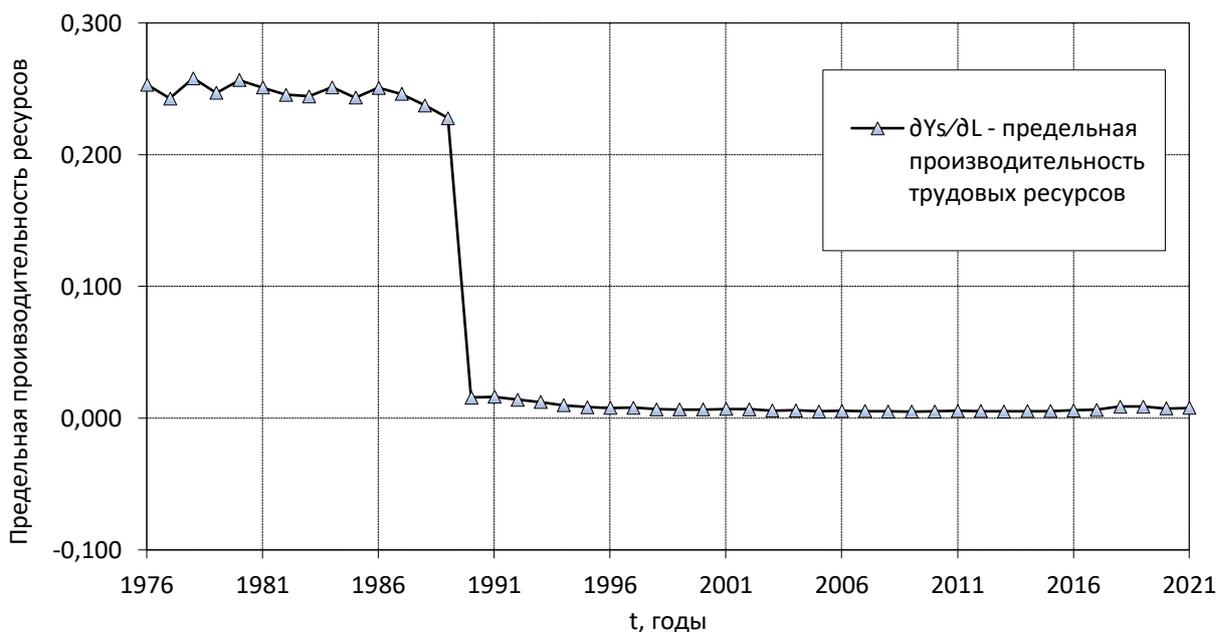


Рисунок 4.3 – Предельная эффективность трудовых ресурсов при суммарном производстве энергии

Период с 1976 по 1989 гг. характеризовался близкими к постоянным значениями предельной производительности трудовых ресурсов для суммарного

производства энергии с незначительными колебаниями на 0,5–6.4%, среднее значение в этот период  $Y'_L = 0,247$ .

В 1990 г. произошло резкое снижение данного предельной трудоотдачи на 93,1%. Далее, с 1990 по 2021 гг. значения показателя  $Y'_L$  остаются практически неизменными с небольшими колебаниями, среднее значение показателя за этот период равно 0,011. Значения данного показателя для производства суммарной энергии на всем рассматриваемом интервале оставались положительными. На резкое снижение предельной производительности труда после 1990 года влияет наличие избыточных капитальных ресурсов в системе, а именно неработающего оборудования, находящегося в резерве, для обслуживания которого необходимо такое же количество обслуживающего персонала, как и для работающего оборудования.

Динамика предельных производительностей трудовых ресурсов для производства тепловой и электрической энергии в период с 1990 по 2021 гг. графически отображена на рисунке 4.4.

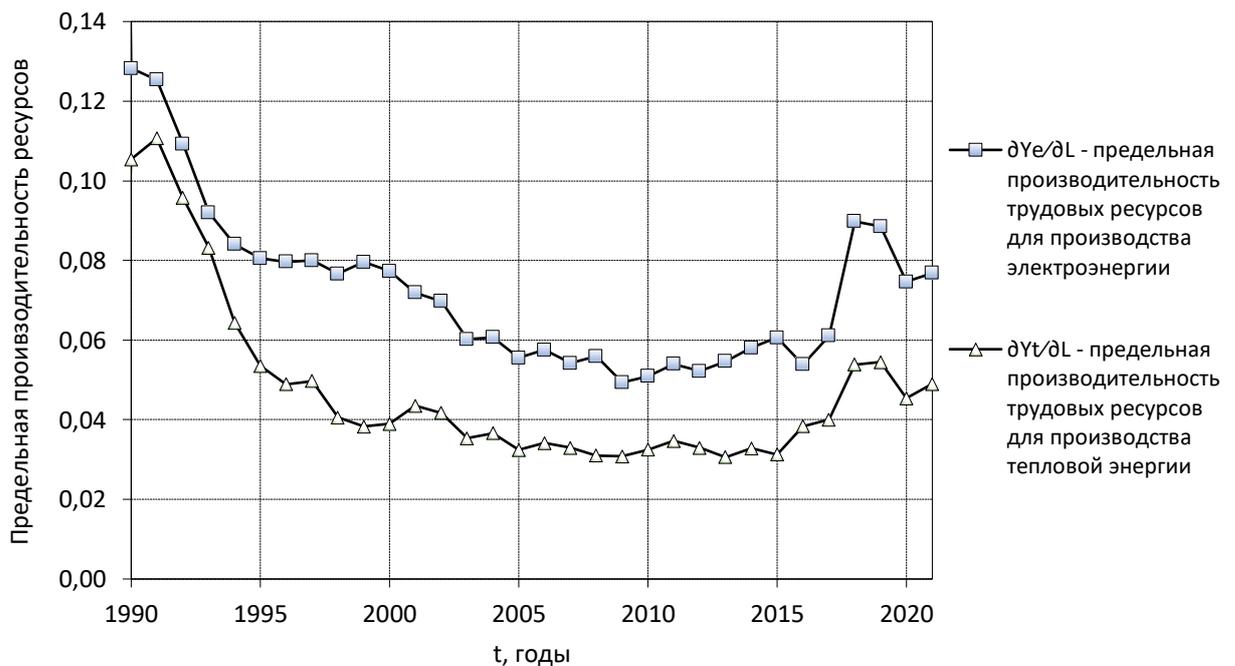


Рисунок 4.4 – Предельная эффективность трудовых ресурсов при производстве тепловой и электрической энергии

Как видно из графика, период с 1990 по 2009 гг. характеризовался снижением предельной трудоотдачи как для выпуска электрической энергии — в 2,3 раза, так и для производство тепловой энергии — в 3,3 раза. В период с 2009 по 2021 гг. наблюдалась тенденция к росту значений показателя для электрической энергии в 1,55 раза, а для тепловой в 1,59 раза.

Поскольку значения предельной производительности трудовых ресурсов для производства всех видов энергии в период 1990–2021 гг. были положительными, из этого следует, что вклад трудовых ресурсов в производство энергии был положительным, однако он ниже, чем в период эффективного функционирования энергосистемы в 1976–1989 гг.

На рисунке 4.5 приведен график изменения предельной производительности топливных ресурсов  $Y'_B$  при производстве суммарной энергии.

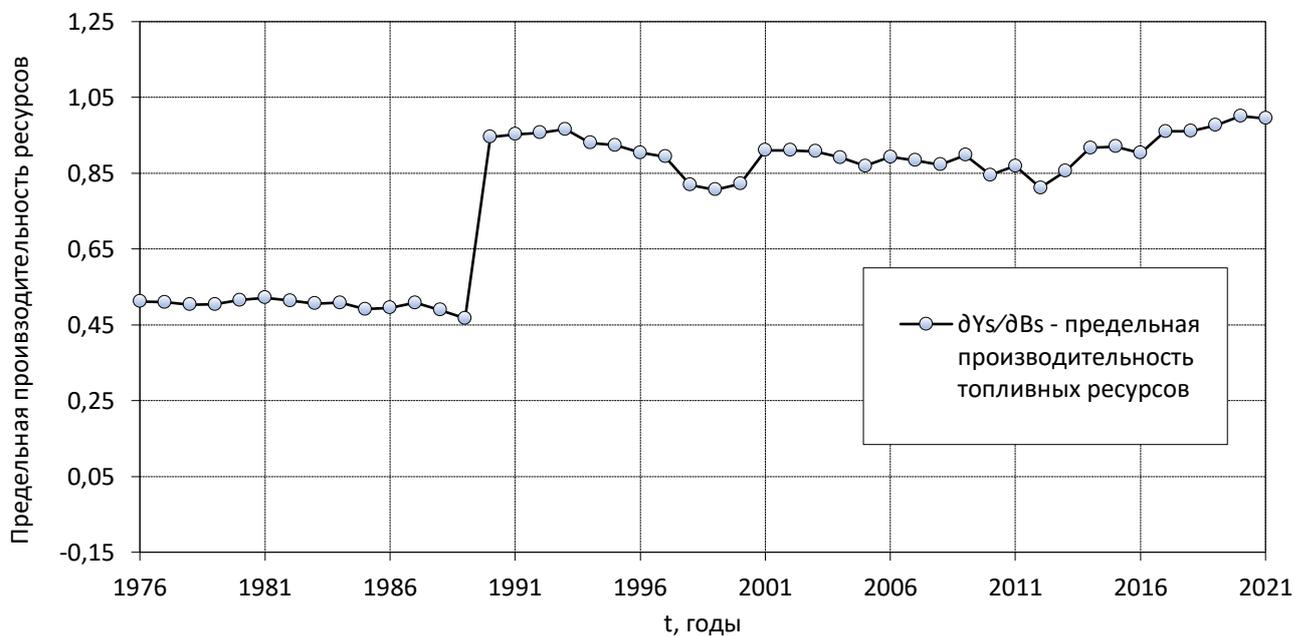


Рисунок 4.5 – Предельная эффективность топливных ресурсов при производстве суммарной энергии

Значения предельной производительности топливных ресурсов для производства суммарной энергии в период с 1976 по 1989 гг. были близкими к постоянным с небольшими колебаниями на 0,1–4,5 %.

Начиная с 1990 года, поведение предельной топливоотдачи качественно отличается от поведения предельных производительностей по трудовым и

капитальным ресурсам. С 1989 по 1990 гг. произошел резкий рост значений показателя  $Y'_B$  практически в 2 раза. После 1990 года происходит чередование периодов роста и спада предельной производительности топливных ресурсов, однако значения показателя в этот период не снижались ниже 0,8. С 2012 по 2021 гг. наблюдается монотонный рост значений  $Y'_B$  на 22,6 %.

На рисунке 4.6 приведены графики предельных производительностей по топливным ресурсам для производства тепловой и электрической энергии в период с 1990 по 2021 гг.

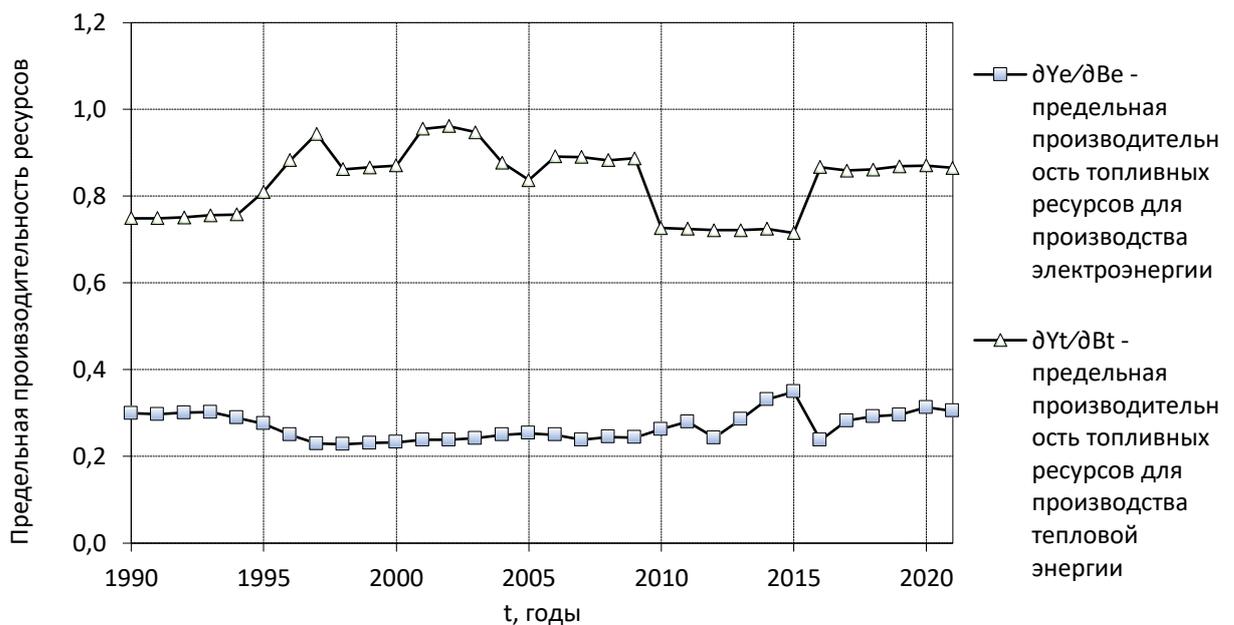


Рисунок 4.6 – Предельная эффективность топливных ресурсов при производстве электрической тепловой и энергии

Значения предельной топливоотдачи для производства всех видов энергии были положительными на всем рассматриваемом интервале времени с 1990 по 2021 гг., что свидетельствует о том, что топливные ресурсы в анализируемый период времени использовались эффективно. Это обуславливается тем, что производство энергии и объем сжигаемого топлива связаны между собой физическими законами.

### 4.3 Исследование масштабной и технологической эффективности энергосистемы

На изменение эффективности работы энергосистемы оказывают влияние два фактора: изменение масштаба энергетического производства  $M$  и совершенствование технологических процессов  $R$ .

Фактор изменения масштаба энергетических производств характеризует увеличение масштаба деятельности предприятия, т.е. вовлечения в производство новых ресурсов, а фактор совершенствования технологических процессов характеризует повышения эффективности использования имеющихся в распоряжении ресурсов [25].

Для определения значений этих факторов используем относительные переменные  $Y_{s\text{отн.}} = \frac{Y}{Y_{s0}}$ ,  $Y_{e\text{отн.}} = \frac{Y}{Y_{e0}}$ ,  $Y_{t\text{отн.}} = \frac{Y}{Y_{t0}}$ ,  $K_{\text{отн.}} = \frac{K}{K_0}$ ,  $L_{\text{отн.}} = \frac{L}{L_0}$  и  $B_{\text{отн.}} = \frac{B}{B_0}$ , где  $Y_{s0}$ ,  $Y_{t0}$ ,  $Y_{e0}$  — значения выпуска энергии (тепловой, электрической и суммарной) и  $K_0$ ,  $L_0$ ,  $B_0$  — значения затрат капитальных, трудовых и топливных ресурсов в начальный год рассматриваемых периодов;  $Y_s$ ,  $Y_t$ ,  $Y_e$ ,  $K$ ,  $L$  и  $B$  — текущие значения величин.

Данные таблицы 4.3 отражают относительные значения энергопроизводства и объёмов затрат капитальных, трудовых и топливных ресурсов за периоды времени 1976–1989 гг. и 1990–2021 гг.

Таблица 4.3 – Относительные показатели функционирования энергосистемы

Относительные показатели	Периоды времени	
	1976–1989 гг.	1990–2021 гг.
Yt отн	1,210	0,472
Bt отн	1,260	0,398
Ye отн	1,170	0,724
Be отн	1,382	0,582
Ys отн	1,20	0,472
Bs отн	1,315	0,466
<b>K отн</b>	<b>1,334</b>	<b>0,990</b>
<b>L отн</b>	<b>1,028</b>	<b>0,587</b>

Период интенсивного роста 1976–1989 гг. характеризовался увеличением объемов капитальных ресурсов  $K_{отн}$  в 1,334 раза, ростом трудовых ресурсов  $L_{отн}$  в 1,028 раза. Выпуск электроэнергии за этот период увеличился в  $Y_{отн}^e = 1,17$  раз, при этом затраты топливных ресурсов для производства электрической энергии возросли в  $B_{отн}^e = 1,382$  раза. Для производства тепловой энергии аналогичные показатели равны  $Y_{отн}^t = 1,21$  и  $B_{отн}^t = 1,26$ . Для суммарной энергии  $Y_{отн}^s = 1,2$  и  $B_{отн}^s = 1,315$ .

Для периода времени с 1990 по 2021 гг. характерно снижение выпуска энергии и затрат топливных и трудовых ресурсов. Объемы капитальных ресурсов практически не изменились за этот период  $K_{отн} = 0,998$ , хотя их величина значительно колебалась в этот период. Затраты трудовых ресурсов снизились на 41 %. Для производства электрической энергии расход топлива снизился на 41,8 %, при этом выпуск электрической энергии уменьшился на 27,6 %. Для тепловой энергии снижение расхода топлива произошло на 60,2 %, при этом выпуск тепла снизился на 52,8 %. Для производства суммарной энергии аналогичные показатели равны 53,4 и 52,8 %.

В целом, период времени с 1990 по 2021 гг. характеризовался снижением относительных показателей деятельности системы — выпуска энергии, затрат трудовых и топливных ресурсов. При этом объемы капитальных ресурсов в практически не изменились.

На основе рассмотренных относительных переменных оценим влияние технологического и масштабного факторов на изменение эффективности работы энергосистемы.

Для этого используем математическую модель функционирования энергосистемы Самарской области (3.18), записанную в относительных переменных:

$$Y_{отн} = K_{отн}^{\alpha} \cdot L_{отн}^{\beta} \cdot B_{отн}^{\gamma} ,$$

где  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$  — коэффициенты эластичности выпуска энергии по фондам, труду и топливу;  $Y_{отн.}$ ,  $K_{отн.}$ ,  $L_{отн.}$  и  $B_{отн.}$  — относительные значения производства энергии и затрачиваемых капитальных, трудовых и топливных ресурсов, соответственно.

Определим вклад технологического фактора  $R$  в изменение эффективности деятельности энергосистемы.  $R$  характеризует повышение эффективности использования каждого вида ресурсов. Относительная эффективность использования каждого вида ресурса будет определяться как  $\frac{Y_{отн.}}{K_{отн.}}$ ,  $\frac{Y_{отн.}}{L_{отн.}}$  и  $\frac{Y_{отн.}}{B_{отн.}}$  для капитальных, трудовых и топливных ресурсов, соответственно.

Введем относительные эластичности  $\rho^\alpha$ ,  $\rho^\beta$  и  $\rho^\gamma$ , пропорциональные эластичностям  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\gamma$ , которые будем определять по формулам:

$$\begin{aligned}\rho^\alpha &= \frac{\alpha}{\alpha + \beta + \gamma}, \\ \rho^\beta &= \frac{\beta}{\alpha + \beta + \gamma}, \\ \rho^\gamma &= \frac{\gamma}{\alpha + \beta + \gamma}.\end{aligned}\tag{4.7}$$

Тогда значение  $R$  будет определяться как произведение относительных эффективностей каждого основного ресурса, взвешенных с соответствующими относительными эластичностями:

$$R = \left(\frac{Y_{отн.}}{K_{отн.}}\right)^{\rho^\alpha} \cdot \left(\frac{Y_{отн.}}{L_{отн.}}\right)^{\rho^\beta} \cdot \left(\frac{Y_{отн.}}{B_{отн.}}\right)^{\rho^\gamma}\tag{4.8}$$

Значение масштабного фактора  $M$  будем определять как взвешенное среднегеометрическое значение относительных величин увеличений объемов входных ресурсов:

$$M = (K_{отн.})^{\rho^\alpha} \cdot (L_{отн.})^{\rho^\beta} \cdot (B_{отн.})^{\rho^\gamma}\tag{4.9}$$

Фактор  $M$  характеризует масштабный эффект от вовлечения дополнительных основных ресурсов в производственный процесс.

Производственная функция энергосистемы с учетом (4.8) и (4.9) примет следующий вид:

$$Y = R \cdot M \quad (4.10)$$

На основе идентификации параметров трехфакторной неоднородной ПФ для деятельности энергосистемы были найдены значения относительных эластичностей по формулам (4.7) и определены значения коэффициента технологической производительности  $R$  и масштабного коэффициента  $M$  согласно формулам (4.8) и (4.9), соответственно.

В таблице 4.4 приведены рассчитанные значения относительных эластичностей  $\rho^\alpha$ ,  $\rho^\beta$ ,  $\rho^\gamma$  и значений масштабного  $M$  и технологического  $R$  факторов для производства суммарной энергии для периодов времени с 1976 по 1989 гг. и с 1990 по 2021 гг.

Таблица 4.4 – Показатели масштабной и технологической эффективности системы

Показатели	Периоды	
	1976–1989 гг.	1990–2021 гг.
<b>Суммарная энергия</b>		
$\rho^\alpha$	0,157	-0,153
$\rho^\beta$	0,308	0,019
$\rho^\gamma$	0,534	1,134
$R$	<b>0,982</b>	<b>1,176</b>
$M$	<b>1,222</b>	<b>0,417</b>

На рисунках 4.7 и 4.8 графически отображены результаты расчетов технологической и масштабной эффективности и относительного выпуска энергии для производства суммарной энергии в период энергоэффективного производства с 1976 по 1989 гг. и в анализируемый период с 1990 по 2021 гг.

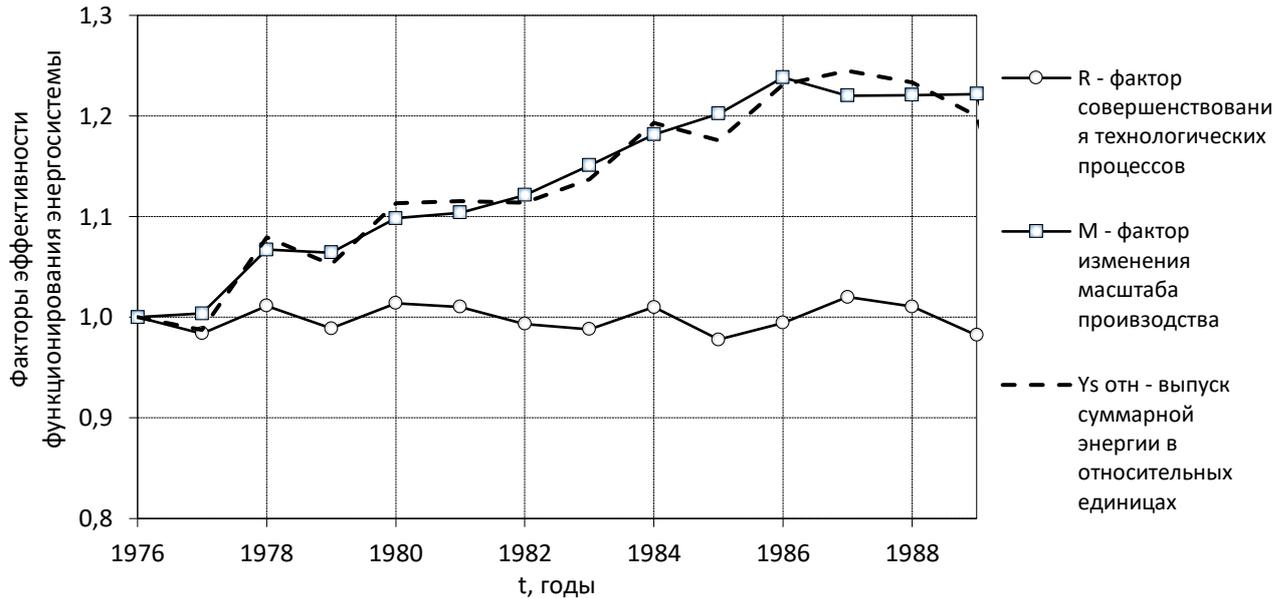


Рисунок 4.7 – Оценка параметров состава фактора эффективности производства суммарной энергии в период 1976–1989 гг.

Период с 1976 по 1989 гг. характеризуется увеличением производства суммарной энергии в 1,2 раза. При этом фактор повышения эффективности технологических производств практически не оказывал влияния на увеличение производства энергии ( $R \approx 1$ ). Повышение эффективности производства энергии осуществлялось в этот период за счет влияния масштабного фактора  $M$ . Его значения в этот период составили  $M_s = 1,222$ .

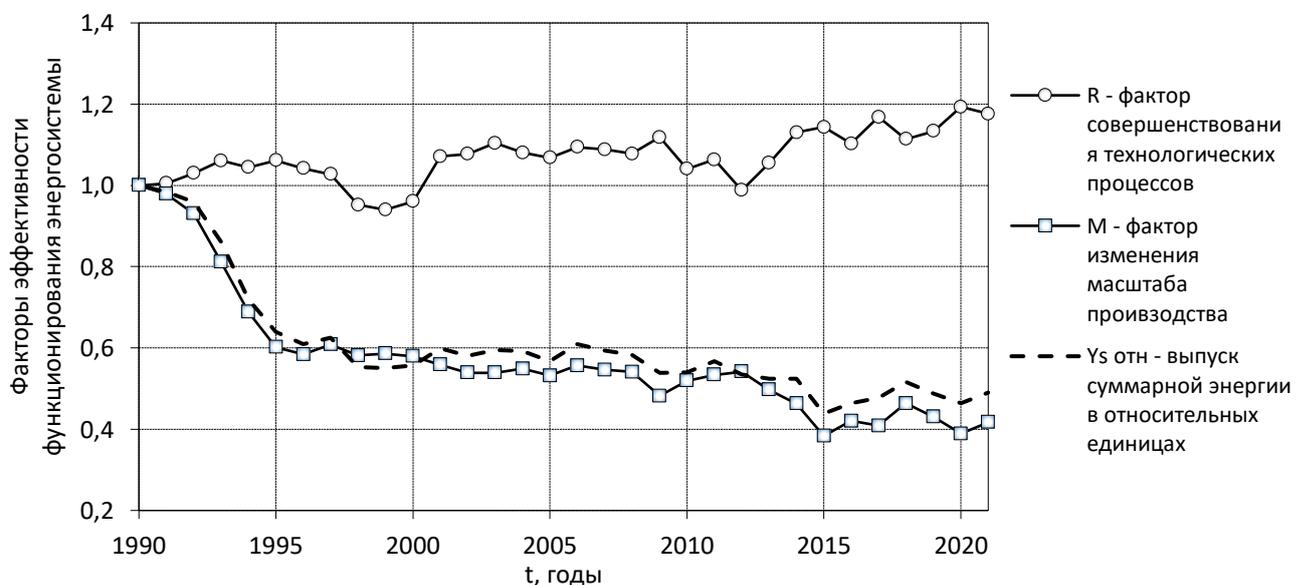


Рисунок 4.8 – Оценка параметров состава фактора эффективности производства суммарной энергии в период 1990–2021 гг.

Как следует из данных рисунка 4.7, в течение указанного периода наблюдалась качественная согласованность динамики масштабного фактора  $M$  и динамики производства тепловой, электрической и суммарной энергии. Это свидетельствует о том, что рост энергопроизводства в этот период обеспечивался за счет экстенсивного расширения масштабов производства и увеличения объема используемых ресурсов. При этом технологический фактор не оказывал существенного влияния на динамику производства энергии.

В период с 1990 по 2021 гг. траектории показателя  $M$  практически повторяет траектории относительного производства всех видов энергии, имея при этом несколько меньшие численные значения. Масштабный фактор начинает оказывать негативное влияние на производственный процесс в этот период: величина  $M$  для производства для суммарного производства энергии уменьшилась в 2,4 раза.

Наблюдаемый рост вклада технологического фактора в суммарное производство энергии в 1,176 раза в период 1990–2021 гг. свидетельствует о качественном изменении характера развития энергосистемы. В отличие от предыдущего периода, повышение эффективности стало обеспечиваться преимущественно за счет интенсификации производственных процессов, что частично компенсировало негативные последствия сокращения масштабов производства.

Значения масштабного фактора  $M < 1$  и отрицательная относительная эластичность  $\rho^\alpha = -0,153$  в этот период однозначно указывают на наличие избыточных производственных мощностей в энергосистеме. Параллельно близкое к нулю значение эластичности трудовых ресурсов демонстрирует их незначительное влияние на изменение эффективности функционирования энергосистемы, что отражает структурные изменения в организации производственных процессов.

Для возвращения энергосистемы к эффективности 1989 гг. необходимо, чтобы значение фактора  $M$  возросло в  $\frac{Y_s}{M_s} = 1,213$  раз. Из этого следует, что объемы материальных ресурсов должны быть сокращены на 61 % или должен быть

увеличен отпуск суммарной энергии промышленным потребителям, то есть в энергосистеме имеется потенциал восстановления промышленного производства.

В таблице 4.5 представлены расчетные значения относительных эластичностей  $\rho^\alpha$ ,  $\rho^\beta$ ,  $\rho^\gamma$  и значения  $M$  и  $R$  факторов производства для производства тепловой и электрической энергии в анализируемый период с 1990 по 2021 гг.

Таблица 4.5 – Показатели масштабной и технологической эффективности системы для производства тепловой и электрической энергии

Показатели	Период 1990–2021 гг.	
	Тепловая энергия	Электроэнергия
$\rho^\alpha$	0,039	-0,148
$\rho^\beta$	0,288	0,142
$\rho^\gamma$	0,673	1,006
$R$	<b>0,997</b>	<b>1,181</b>
$M$	<b>0,595</b>	<b>0,475</b>

На рисунках 4.9 и 4.10 графически отображены результаты расчетов технологической и масштабной эффективности и относительного выпуска энергии для производства тепловой и электрической энергии в период с 1990 по 2021 гг., соответственно.

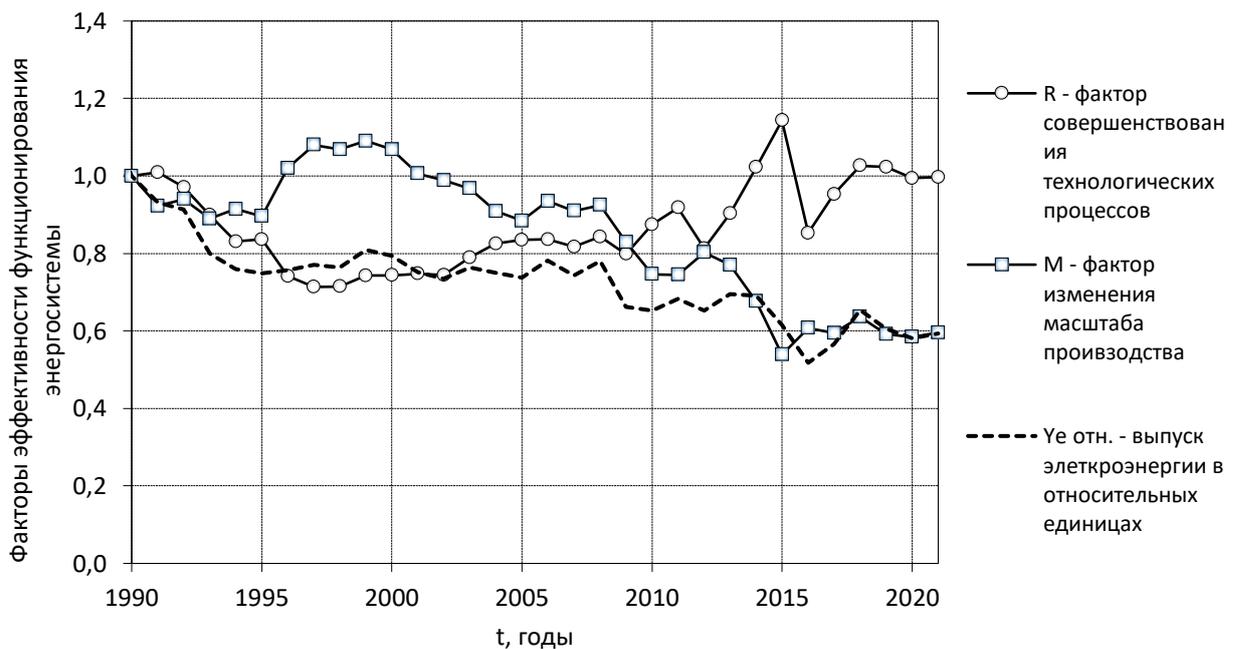


Рисунок 4.9 – Оценка параметров состава фактора эффективности производства электрической энергии в период 1990–2021 гг.

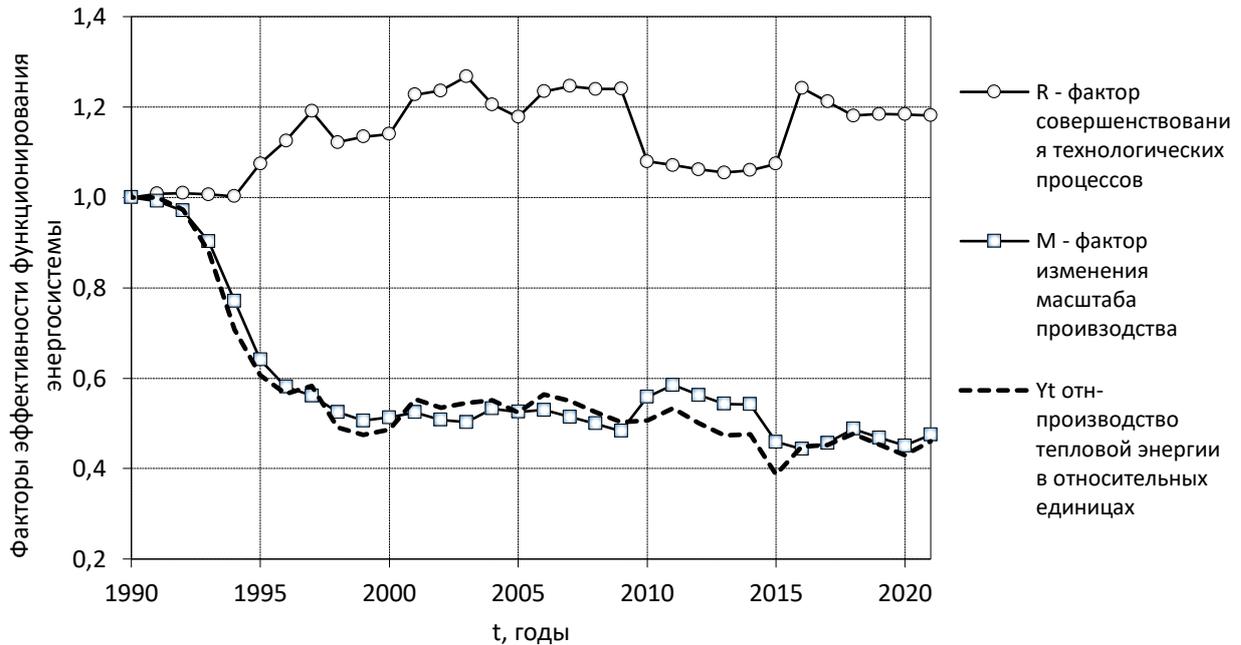


Рисунок 4.10 – Оценка параметров состава фактора эффективности производства тепловой энергии в период 1990–2021 гг.

Согласно расчетам, динамика факторов эффективности функционирования энергосистемы для производство тепловой энергии аналогична производству суммарной энергии, что также свидетельствует об избытке основных фондов.

Для производства электроэнергии вплоть до 2009 г. увеличение масштабов производства оказывало большее влияние по сравнению с фактором совершенствования технологических процессов, однако с 2010 по 2021гг. влияние масштабного фактора М становится негативным.

#### 4.4 Анализ поведения энергосистемы в пространстве входных воздействий

Исследуем поведение производственно-технологических процессов в плоскости параметров входных ресурсов. Для исследования используем математические модели выпуска суммарной энергии энергосистемой (3.18).

Для исследования производственных возможностей энергосистемы был построены предельные траектории поведения производственных процессов — изокванты и изоклинали. Рассмотрим данные кривые в проекциях на плоскости с осями  $K$  и  $L$ . Для этого преобразуем математическую модель (3.18) к виду:

$$\frac{Y}{B^\gamma} = AK^\alpha L^\beta \quad (4.11)$$

Изокванта представляет собой геометрическое место точек трехмерном пространстве производственных факторов  $(K, L, B)$ , характеризующую множество технологически эффективных комбинаций ресурсов, обеспечивающих одинаковый уровень выпуска продукции  $Y(K, L, B) = \text{const}$ .

Уравнение изокванты для (4.11) будет иметь следующий вид:

$$K = K_0 \cdot (L / L_0)^{\alpha/\beta}, \quad (4.12)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты эластичности, характеризующие эффективность использования капитальных и трудовых ресурсов в технологических процессах,  $K_0$  и  $L_0$  — начальные координаты точки, через которую проходит изокванта.

Изоклиналию называется линия наибольшего роста производственной функции, то есть линия, на которой предельные нормы замещения

производственных ресурсов постоянны  $\frac{\partial Y / \partial K}{\partial Y / \partial L} = \text{const}$ . Уравнение изоклинали

имеет следующий вид:

$$K = \sqrt{\frac{\alpha}{\beta} \cdot (L^2 - L_0^2) + K_0^2}, \quad (4.13)$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  — коэффициенты эластичности, характеризующие эффективность использования капитальных и трудовых ресурсов в технологических процессах,  $K_0$  и  $L_0$  — начальные координаты точки, через которую проходит изоклинали.

Направление изоклинали при  $\frac{\partial Y}{\partial K} > 0$  соответствует максимальному приросту выпускаемой продукции, а противоположное — наибольшему спаду производства.

На основе формул (4.12) и (4.13) были рассчитаны и построены линии изоквант и изоклиналей на основе статистических данных функционирования

энергосистемы в период с 1976 по 2021 гг. Для расчетов использовались результаты параметрической идентификации, полученные в параграфе 3.1.

Расчёт и построение сетки изоквант и изоклиналей производились отдельно для двух периодов: 1976–1989 гг. и 1990–2021 гг., соответствующих различным структурам энергопроизводства.

На рисунке 4.11 отображена траектория реального протекания процесса выпуска суммарной энергии, соответствующая статистическим данным, в координатах  $K$  и  $L$  и графики изоквант ( $I$ ) и изоклиналей ( $IL$ ) для периода времени с 1976 по 1989 гг.

Поведение реальной зависимости  $K = K(L)$  на всем периоде с 1976 по 1989 гг. можно разделить на два этапа: 1976–1986 гг. и 1986–1989 гг.

С 1976 по 1986 гг. кривая реальной взаимосвязи факторов производства движется вверх и вправо практически перпендикулярно линиям изоквант, при этом отклоняясь от линии наибольшего роста выпуска продукции влево. Это свидетельствует об оптимальном производственном процессе и эффективном использовании ресурсов: в этот период происходил рост суммарного производства энергии на 23%, которому соответствовало увеличение объемов основных фондов на 24,3% и трудовых ресурсов на 17,7 %.

В период с 1986 по 1989 гг. траектория реального производственного процесса меняет направление движения и движется практически параллельно изокванте, что соответствует стабилизации производства суммарной энергии с небольшими колебаниями. При этом происходит замещение трудовых ресурсов капитальными — количество работников за этот период уменьшилось на 12,6%, а объем капитальных ресурсов возрос на 7,3%.

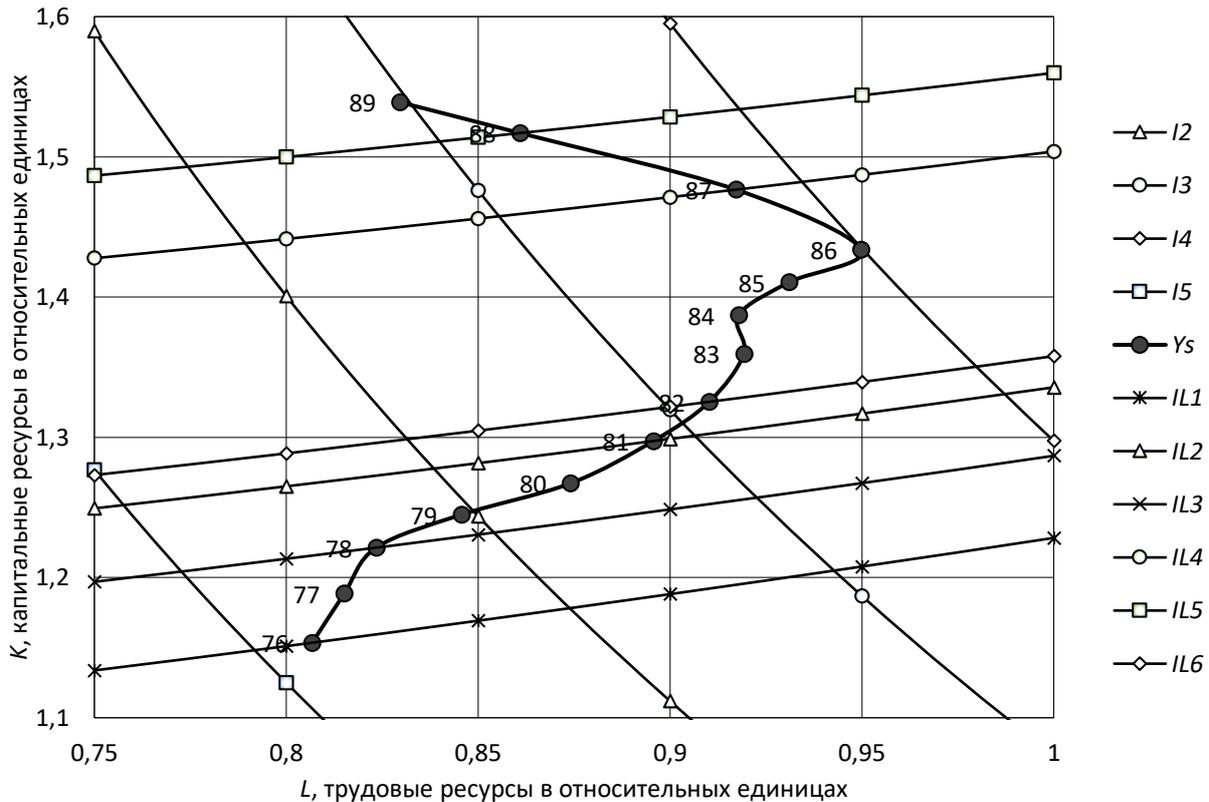


Рисунок 4.11 – Динамика выпуска суммарной энергии в пространстве входных ресурсов за период с 1976 по 1989 гг.: изокванты – I1, I2, I3, I4; изоклинали – IL1, IL2, IL3, IL4, IL5, IL6; сплошная линия – график реальной зависимости  $K = K(L)$ .

На рисунке 4.12 приведены графики изоквант и изоклиналей и кривая реального протекания производственного процесса для выпуска суммарной энергии в период с 1990 по 2021 гг.

С 1991 по 1996 гг. соотношение между трудовыми и капитальными ресурсами изменилось в сторону неоправданного увеличения численности работников, при этом линия реального выпуска продукции отклоняется от изокванты влево, соответствующую наибольшему спаду производства, выпуск энергии в этот период сократился на 48,3 %.

В период с 1996 по 2011 гг. траектория реальных производственных процессов движется практически параллельно изокванте, отклоняясь от нее вправо. Данный период соответствует периоду стабилизации значений производства суммарной энергии с небольшими колебаниями, при этом происходит замещение трудовых ресурсов капитальными. Это свидетельствует об избытке основного

производственного оборудования при данных выпусках энергии, а также о низком вкладе трудовых ресурсов в производственный процесс.

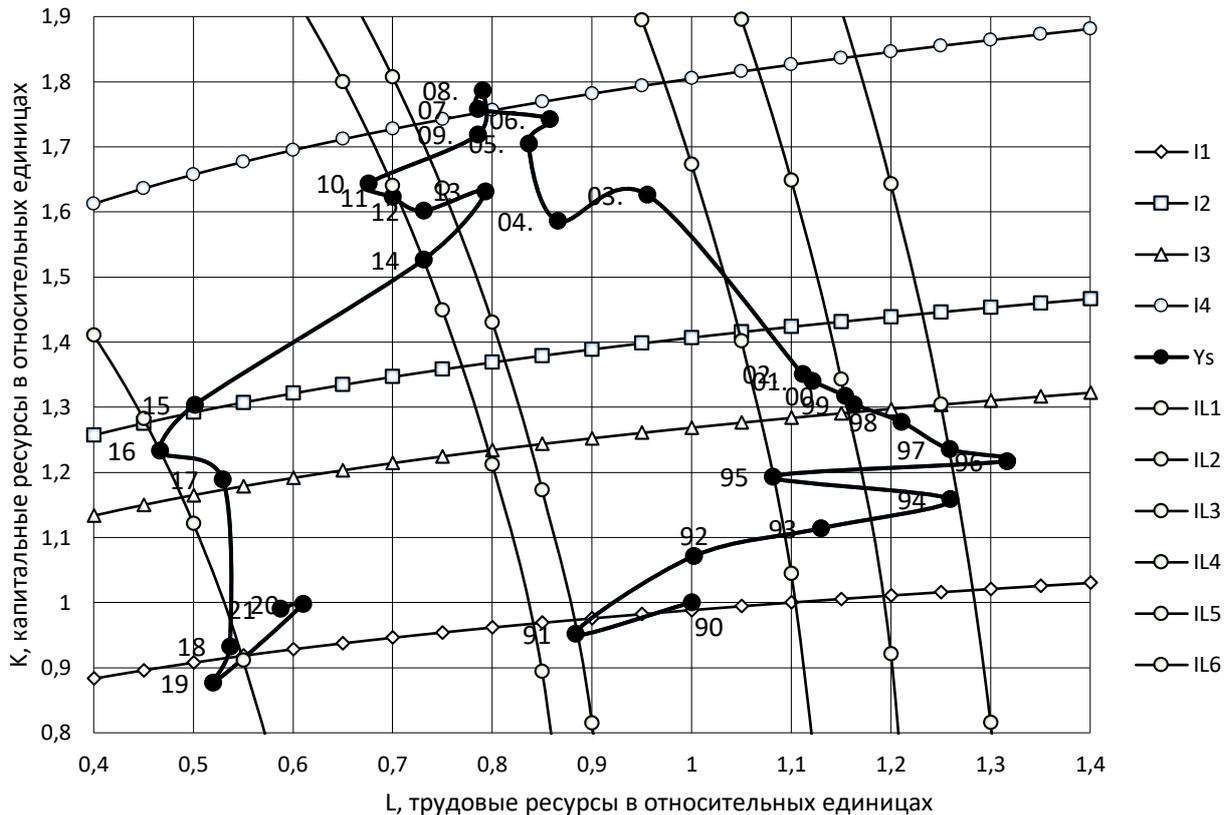


Рисунок 4.12 – Динамика выпуска суммарной энергии в пространстве входных ресурсов за период с 1990 по 2021 гг.: изокванты – I1, I2, I3, I4; изоклинали – II1, II2, II3, II4; сплошная линия – график реальной зависимости  $K=K(L)$ .

С 2011 по 2015 гг. кривая  $K=K(L)$  отклоняется по изоклинали влево, происходит снижение объемов затрачиваемых трудовых и капиталных ресурсов. Этому периоду соответствует снижение производства энергии на 22,8 %.

В период с 2016 по 2018 гг. кривая реальных производственных процессов движется практически перпендикулярно изокванте, происходит сокращение основных фондов. При этом выпуск энергии в этот период возрастает на 3,0–8,2% в год.

В 2019–2021 гг. траектория реальной зависимости  $K=K(L)$  энергосистемы движется по изоклинали вправо, происходит увеличение объемов затрачиваемых трудовых ресурсов. При этом выпуск энергии снижается незначительно.

В целом, из анализа поведения реального протекания производственного процесса в пространстве изоквант и изоклиналей можно сделать вывод о неэффективном использовании ресурсов энергосистемой.

#### 4.5 Исследование фазовых портретов состояний энергосистемы

Для исследования закономерностей поведения динамических систем широко используются фазовые портреты, построенные в пространстве фазовых переменных. Фазовые траектории представляют собой кривые в трехмерном пространстве состояний показателей эффективности системы. Каждая точка фазового пространства соответствует одному состоянию из множества всех возможных состояний системы [113].

Для комплексного исследования динамики функционирования энергосистемы Самарской области был применен метод фазовых портретов. В качестве координатных осей в пространстве состояний энергосистемы примем текущие производительности ресурсов: фондоотдачу  $g = \frac{Y}{K}$ , производительность труда  $y = \frac{Y}{L}$  и топливоотдачу  $b = \frac{Y}{B}$ . Фазовые портреты были построены отдельно для производства суммарной  $Y_s$ , тепловой  $Y_t$  и электрической  $Y_e$  энергии.

Для построения фазовых портретов были использованы статистические данные функционирования энергосистемы Самарской области за период 1976–2021 гг. Поведение фазовых кривых рассматривалось в проекциях фазовых портретов на плоскости с координатными осями  $g$  и  $y$ ,  $b$  и  $y$ ,  $b$  и  $g$ .

На рисунках 4.13–4.15 приведены проекции фазовых траекторий на соответствующие плоскости для производства тепловой энергии для периода 1976–2021 гг.

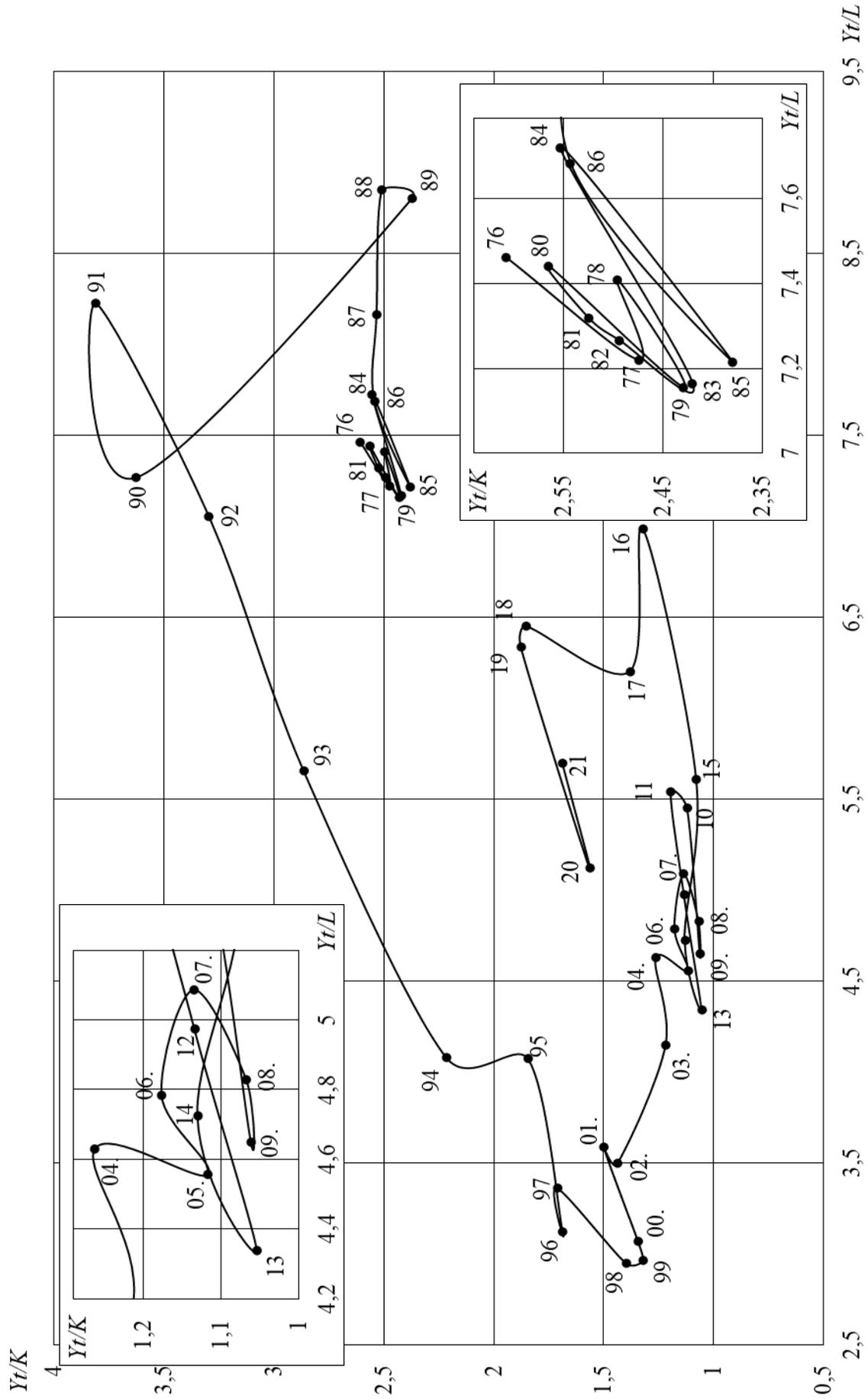


Рисунок 4.13 – Фазовый портрет производства тепловой энергии в плоскости состояний «Фондоотдача – производительность труда»

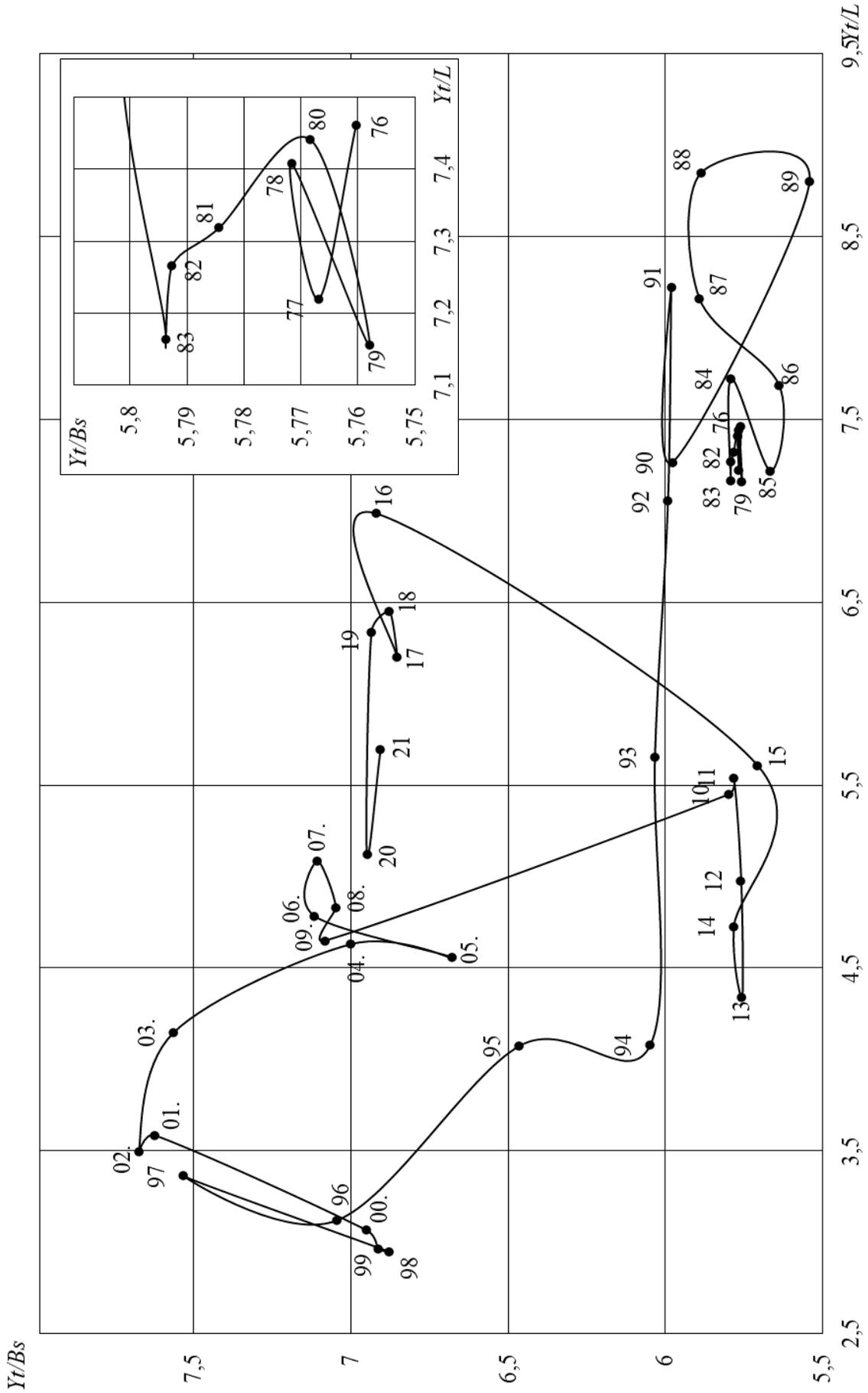


Рисунок 4.14 – Фазовый портрет производства тепловой энергии в плоскости состояний «топливоотдача – производительность ТДУЛА»

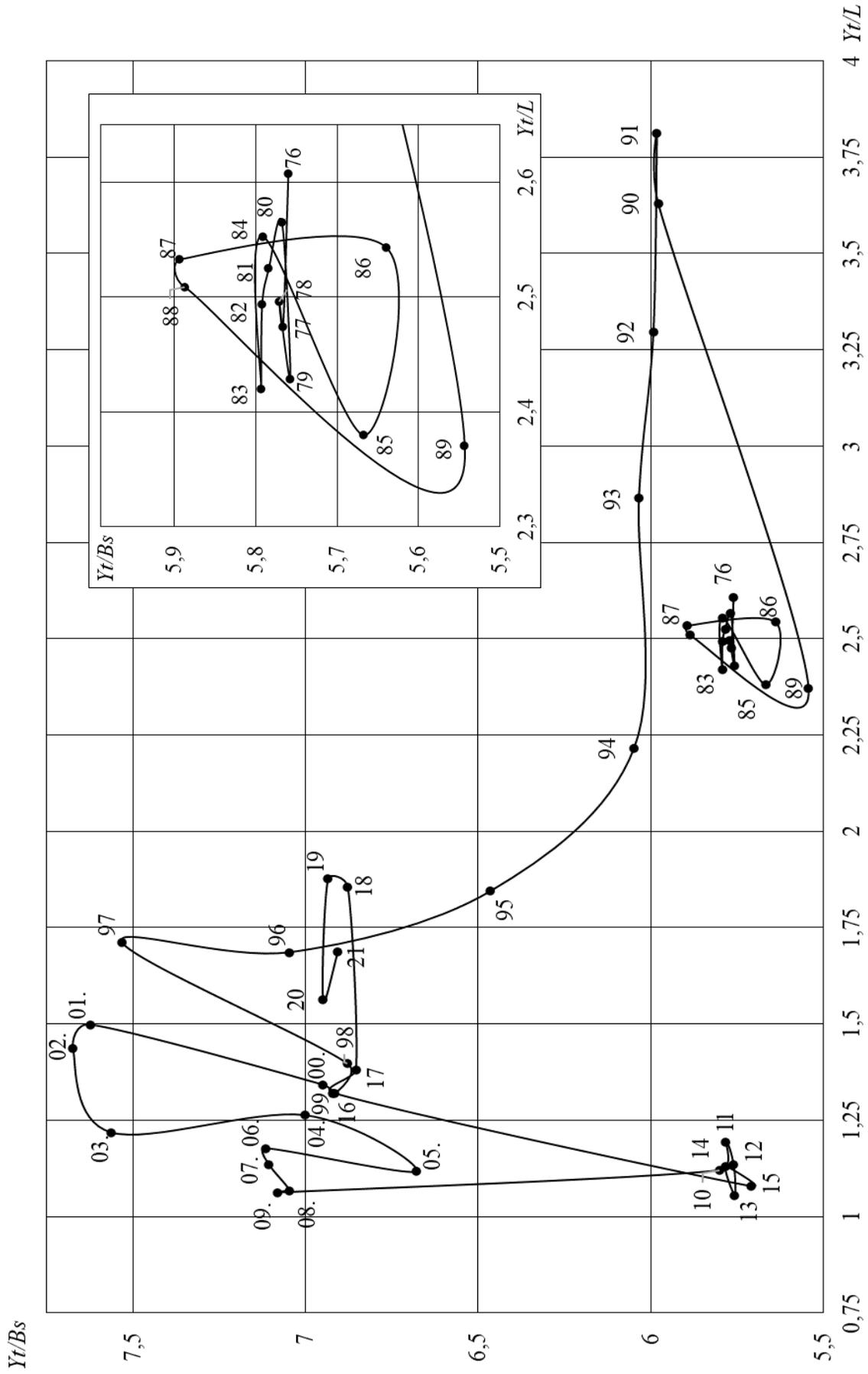


Рисунок 4.15 – Фазовый портрет производства тепловой энергии в плоскости состояний «топливоотдача– фондоотдача»

Из анализа фазовых портретов на рисунках 4.13–4.15 видно, что поведение энергосистемы в рассматриваемый период времени характеризуется тремя особыми точками для периодов 1976–1987 гг., 1996–2002 гг., 2004–2015 гг. Особыми точками принято называть состояния энергосистемы, близкие к стационарным с малыми флуктуациями координат в их окрестности.

На временных интервалах 1988–1995 гг., 2002–2004 гг., 2016–2020 гг. происходили переходы от одного стационарного состояния энергосистемы к другому.

Первая стационарная точка периода с 1976 по 1987 гг. имеет следующие показатели текущей производительности:  $g = Y_t/K = 2,5$ ,  $y = Y_t/L = 7,43$ ,  $b = Y_t/B = 5,77$ . В этот период энергосистемы функционировала с устойчиво стабильными показателями эффективности.

С 1988 по 1995 годы произошел переход энергосистемы от первой особой точки ко второй со следующими координатами:  $g = 1,48$ ,  $y = 3,22$ ,  $b = 7,23$ . В результате переходного процесса значения текущей производительности капитала снизились в 1,68 раза, а производительности труда — в 2,3 раза. Это свидетельствует о том, что в результате перехода от плановой государственной экономики к рыночной в 1990 г. произошло падение показателей эффективности работы энергосистемы.

В окрестностях второй особой точки система находилась с 1996 по 2002 гг., что говорит о стабилизации ее работы и восстановлении способности к саморегулированию в этот период.

Переходный этап от второй особой точки к третьей происходил 2003 году и характеризовался снижением показателей фондоотдачи на 54,9 % и производительности труда на 33,7 % и увеличением топливоотдачи на 10,8 % по сравнению со второй особой точкой. Координаты третьей особой точки для периода с 2004 по 2015 гг. были равны  $g = 1,13$ ,  $y = 4,93$ ,  $b = 6,39$ .

С 2016 года начался новый переходный процесс, продолжающийся до 2021 года. В этот период происходит снижение производительностей всех ресурсов

ресурсов: фондоотдачи — на 49,6%, производительности трудовых ресурсов — на 15,4 %, топливоотдачи — на 8,2%. Движение фазовой кривой в этот период происходит против часовой стрелки, что свидетельствует о потере системой способности к саморегулированию и ее переходу в более неустойчивое состояние.

В окрестностях первой особой точки система находилась 12 лет, в окрестностях второй — 7 лет, а в окрестностях третьей особой точки — 12 лет. Движение фазовой кривой в окрестностях стационарных точек происходит по замкнутым кривым типа циклических эллипсов, что свидетельствует о наличии в системе механизмов саморегуляции.

На рисунках 4.16–4.18 приведены проекции фазовых траекторий для производства электрической энергии на плоскости с координатными осями: фондоотдача–производительность труда, топливоотдача–производительность труда, топливоотдача–фондоотдача.

Фазовые траектории, отображающие производство электрической энергии, структурно повторяют фазовые портреты для производства тепловой энергии: существуют три особые точки, в которых система находилась в периоды 1976–1987 гг., 1994–2002 гг., 2004–2015 гг. и три переходных периода.

Первый переходный период 1988–1993 гг. привел к снижению показателей текущих производительностей трудовых ресурсов на 48,7 %, капитальных ресурсов — на 63,1 %, топливных ресурсов — на 24,5 %.

В результате перехода от второй стационарной точки к третьей в 2003 г. произошло снижение фондоотдачи на 28,8 % с одновременным ростом производительности труда и топливоотдачи на 45,6 % и 9,5 %, соответственно.

Последний переходный период с 2016 по 2021 гг. свидетельствует о потере системой устойчивости. Происходит рост значений производительностей материальных ресурсов в 1,39 раза, трудовых ресурсов — в 1,07 раза, топливных ресурсов в 1,13 раза.

На рисунках 4.19–4.21 приведены фазовые портреты для суммарного производства энергии в тех же координатных осях, что и для производства тепловой энергии.

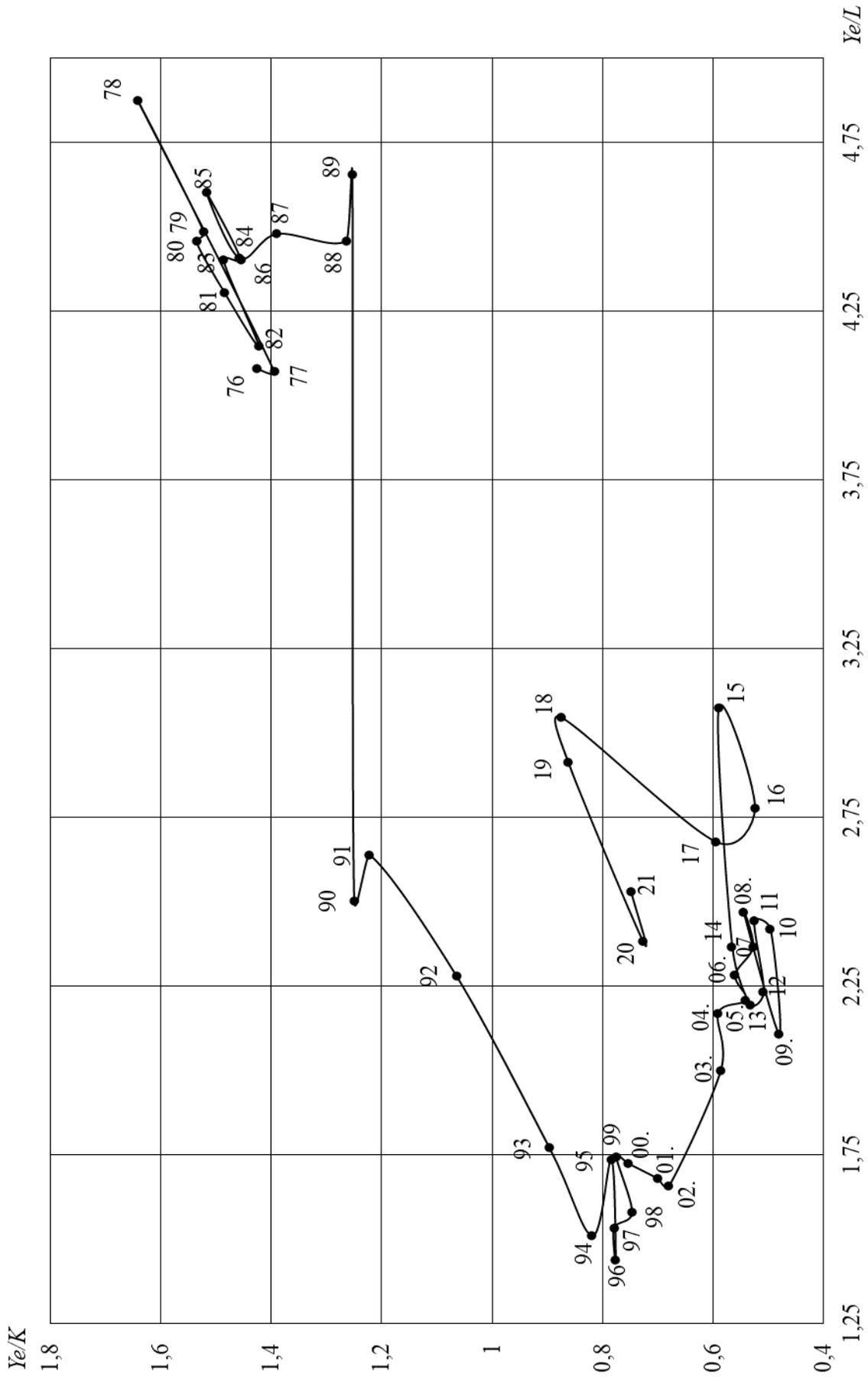


Рисунок 4.16 – Фазовый портрет производства электрической энергии в плоскости состояний «Фондоотдача – производительность ТДУЛА»

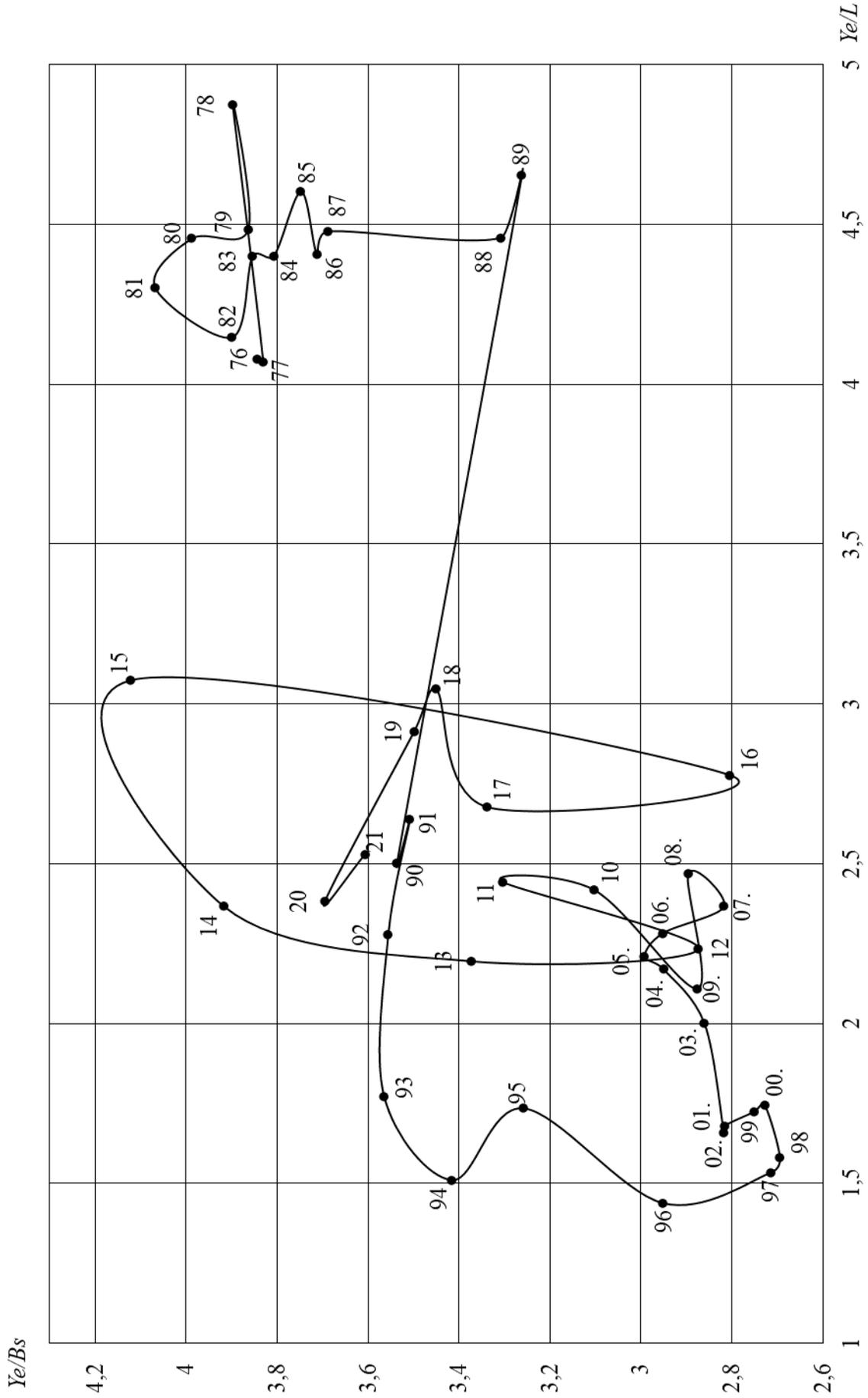


Рисунок 4.17 – Фазовый портрет производства электрической энергии в плоскости состояний «топливоотдача – производительность турбула»

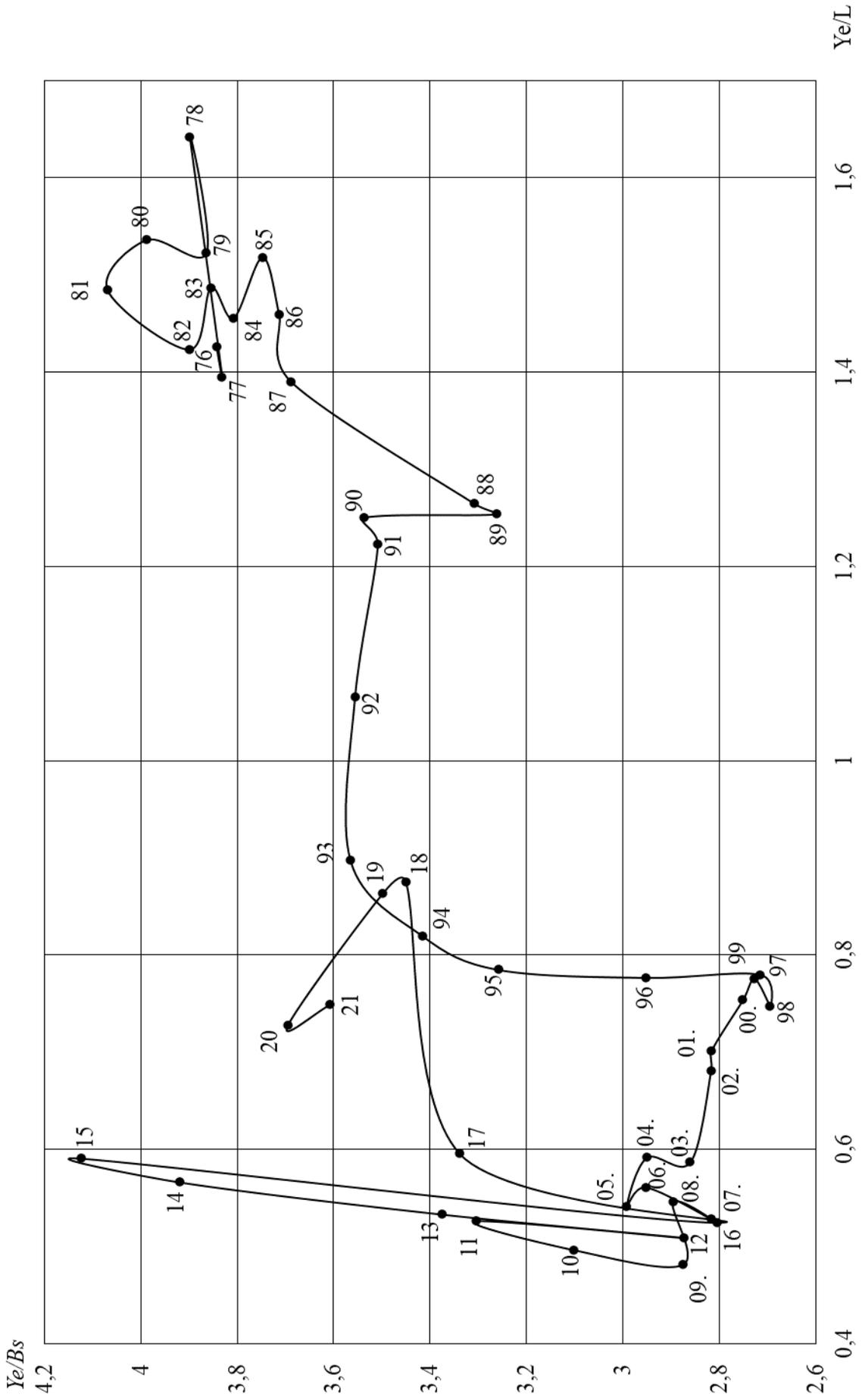


Рисунок 4.18 – Фазовый портрет производства электрической энергии в плоскости состояний «топливоотдача– фондоотдача»

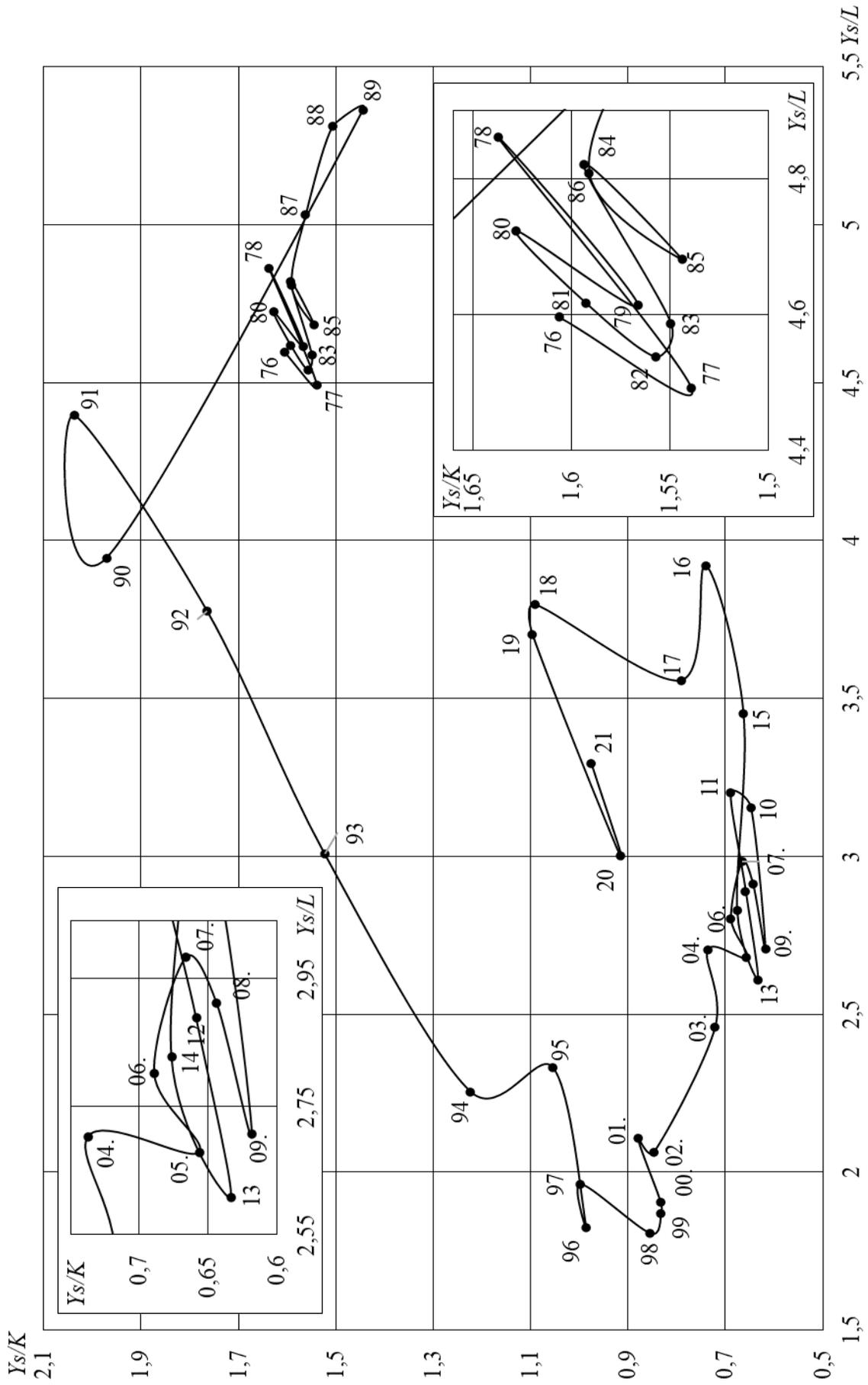


Рисунок 4.19 – Фазовый портрет производства суммарной энергии в плоскости состояний «Фондоотдача – производительность труда»

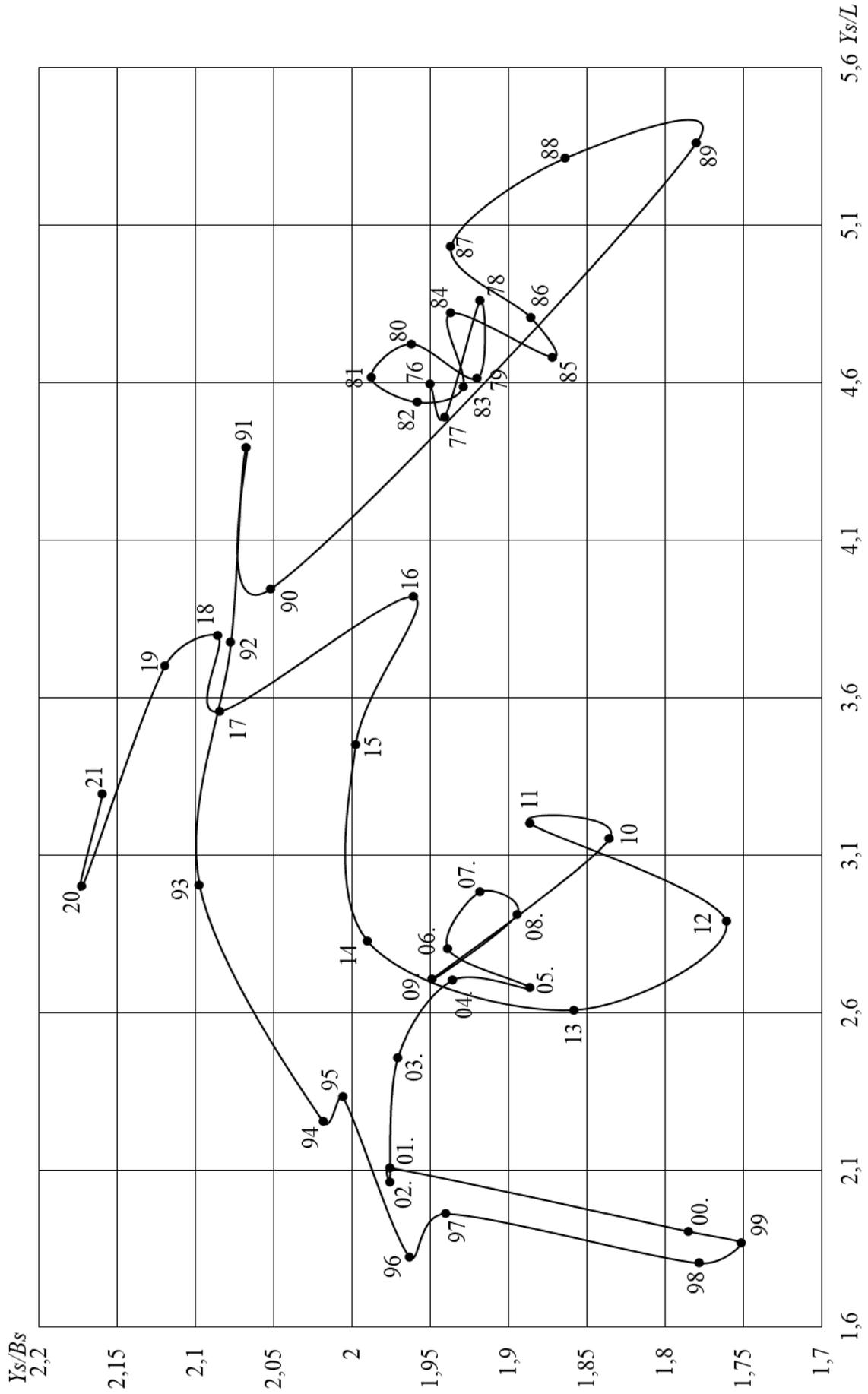


Рисунок 4.20 – Фазовый портрет производства суммарной энергии в плоскости состояний «топливоотдача – производительность трудла»

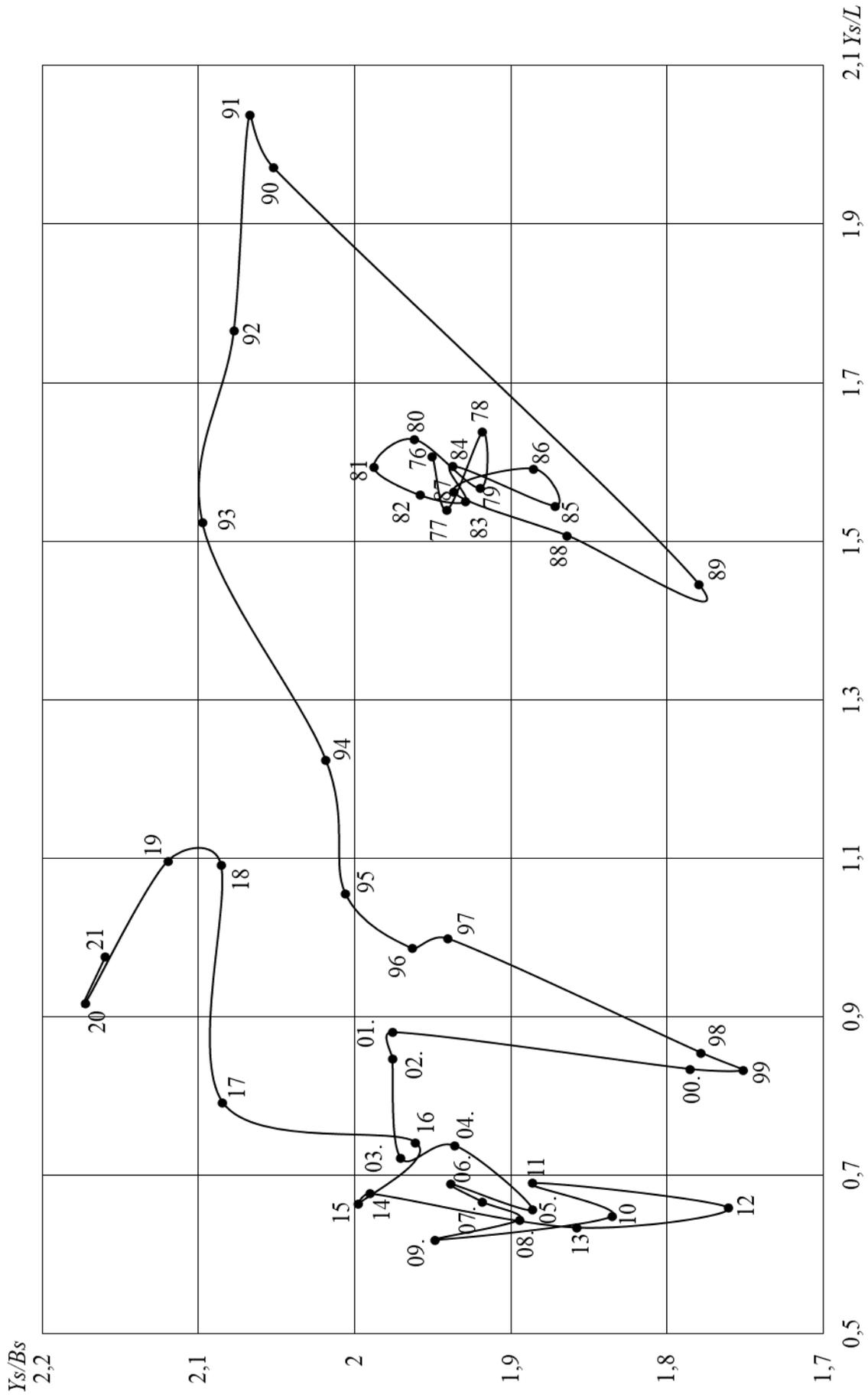


Рисунок 4.21 – Фазовый портрет производства суммарной энергии в плоскости состояний «топливоотдача – фондоотдача»

Из графиков видно, что поведение фазовых портретов для суммарного производства энергии аналогично поведению фазовых портретов для производства тепловой и электрической энергии и характеризуется наличием трех стационарных точек с малыми флуктуациями.

С 1976 по 1987 гг. энергосистема находилась в первой особой точке с координатами  $g = \frac{Y_s}{K} = 1,58$ ,  $y = \frac{Y_s}{L} = 4,7$ ,  $b = \frac{Y_s}{B} = 1,93$ . После перехода ко второй стационарной точке в период с 1988 по 1995 гг. показатели использования основных фондов и трудовых ресурсов снизились на 43,6 % и 58,9 %, соответственно.

Во второй стационарной точке с координатами  $g = 0,89$ ,  $y = 1,93$ ,  $b = 1,88$  энергосистема находилась 7 лет с 1996 по 2002 гг.

Переход к третьей особой точке привел к уменьшению показателя  $g$  на 25,3 % и увеличению трудоотдачи  $y$  на 50,5 %, при этом значения топливоотдачи  $b$  остались практически неизменными.

В третьей особой точке с координатами  $g = Y_s/K = 0,66$ ,  $y = Y_s/L = 2,91$ ,  $b = Y_s/B = 1,9$  энергосистема находилась с 2004 по 2015 гг.

С 2016 по 2021 гг. наблюдается переходный процесс, сопровождающийся значительными колебаниями показателей эффективности использования ресурсов. За этот период возросли значения всех текущих производительностей для суммарной энергии: фондоотдача увеличилась на 46,7 %, трудоотдача — на 13,2 %, топливоотдача — на 13,4 %. При этом движение фазовой кривой в этот период происходит против часовой стрелки, что говорит о переходе к неустойчивому состоянию.

В целом, анализ фазовых портретов для производства суммарной, тепловой и электрической энергии показал, что в результате перестройки энергосистема перешла из одного стационарного состояния в другое с более низкими показателями эффективности. С 1988 по 1996 гг. происходил второй переходный процесс, в результате которого произошло снижение производительности

основных фондов и повышение производительности трудовых и топливных ресурсов. Во время третьего переходного процесса с 2016 по 2021 гг. наблюдались колебания показателей эффективности использования основных ресурсов, что свидетельствует о потере энергосистемой устойчивости и способности к самовыравниванию, при этом наблюдался рост текущих производительностей всех ресурсов.

Таким образом, в настоящей главе предложены следующие критерии для оценки эффективности производства энергии энергосистемой Самарской области:

– факторные эластичности выпуска энергии, характеризующие относительную эффективность использования соответствующих ресурсов и показывающие, на сколько процентов возрастает производство энергии при увеличении соответствующих ресурсов на один процент;

– предельные производительности ресурсов, характеризующие предельные отношения прироста выпуска энергии при постоянных величинах остальных ресурсов;

– масштабная и технологическая эффективность энергосистемы  $R$  и  $M$ , характеризующая как влияет на эффективность работы энергосистемы изменение масштаба энергетического производства и совершенствования технологических процессов;

– анализ динамики функционирования энергосистемы в пространстве входных воздействий (изоквант и изоклиналей);

– исследование фазовых портретов в пространствах состояний энергосистемы.

#### **4.6 Выводы по четвёртой главе**

В четвертой главе получены следующие основные результаты:

1. Разработана система критериев для комплексного оценивания эффективности производства энергии региональной энергосистемой.

2. На основе построенных математических моделей исследованы факторные эластичности выпуска энергии. Период с 1976 по 1989 гг. является

периодом сбалансированного производства, а в период с 1990 по 2021 гг. установлена низкая эффективность использования капитальных и трудовых ресурсов, а также наличие избыточных основных фондов в системе.

3. Исследована эффективность использования основных ресурсов энергосистемой с помощью предельных производительностей капитальных, трудовых и топливных ресурсов. Установлена низкая эффективность использования капитальных и трудовых ресурсов после перехода к рыночной экономике в 1990 г., а также наличие избыточных основных фондов в системе.

4. Выявлены роли расширения масштабов и совершенствования технологического уровня энергосистемы. В период с 1990 по 2021 гг. на изменение эффективности работы энергосистемы наибольшее влияние оказывал фактор совершенствования технологических процессов, при этом вклад масштабного фактора на производство энергии был негативным, увеличение объемов затрачиваемых ресурсов приводило к сокращению объемов производства энергии.

5. Проведен анализ поведения производственно-технологических процессов и графиков предельных траектория поведения процессов — изоквант и изоклиналей — в плоскости параметров капитальных  $K$  и трудовых  $L$  ресурсов. В период 1990–2021 гг. наблюдается снижение эффективности использования основных ресурсов.

6. Исследованы основные закономерности функционирования областной энергосистемы. Построены фазовые портреты энергопроизводств в пространствах состояний различных показателей качества. Энергосистема устойчиво функционировала с пониженными показателями эффективности в период с 1997 по 2015 годы, однако с 2016 по 2021 гг. наблюдается потеря энергосистемой устойчивости и способности к стабилизации.

## **5 МОДЕЛИРОВАНИЕ, ПРОГНОЗИРОВАНИЕ И ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА РАБОТЫ СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ ЭНЕРГОСИСТЕМЫ**

Управление сложными энергетическими системами включает в себя множество взаимосвязанных процессов, которые можно сгруппировать в несколько ключевых блоков: организация, стратегическое планирование, прогнозирование, оперативное управление, учет и контроль.

Данные процессы тесно взаимосвязаны между собой, при этом для улучшения эффективности и надежности работы энергосистемы целесообразным является их комплексная оптимизация.

В пятой главе проводится моделирование управления деятельностью энергосистемы и рассматриваются возможные сценарии ее поведения при различных управляющих воздействиях, рассматривается архитектура системы поддержки принятия решений, позволяющая на двух уровнях проводить анализ деятельности энергосистемы и оценку ее эффективности.

Приведенные результаты отражены в публикациях автора [17, 19, 54, 79, 86, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 105, 106, 109, 111, 120, 140].

### **5.1 Построение системы управления энергосистемой Самарской области**

Эффективное функционирование и устойчивое развитие сложных развивающихся систем обеспечивается их управлением. Управление позволяет снижать влияние изменений внешней среды, возможные риски, осуществлять стратегическое планирование. Одним из эффективных инструментов выработки и оценки управленческих решений является метод аналитического моделирования.

Данный метод позволяет проводить анализ существующих проблем и вскрывать сущность протекающих производственно-экономических процессов, разрабатывать и тестировать новые стратегии управления промышленными производствами, решает задачи оптимизации и улучшения работы

производственных систем и повышает эффективность управления и использования ресурсов.

Также к преимуществам метода следует отнести то, что для крупных энергопроизводств отсутствует возможность проведения реальных экспериментов и тестирования различных сценариев без риска для производства, тогда как имитационное моделирование позволяет менять параметры и условия работы системы для изучения различных вариантов и получать обоснованные управленческие решения.

Согласно выводам, полученным в предыдущих главах, энергосистема неэффективно использует капитальные и трудовые ресурсы, в системе имеется избыток основных фондов. При этом, как показал анализ производства энергии, относительный вклад капитальных ресурсов в производство энергии является более негативным, чем вклад трудовых ресурсов ( $\alpha < \beta$ ). Из этого следует, что формирование инвестиций в обновление основных фондов энергосистемы является актуальной задачей.

Для энергосистемы Самарской области была сконструирована одноконтурная модель системы управления, структура управления которой приведена на рисунке 5.1.

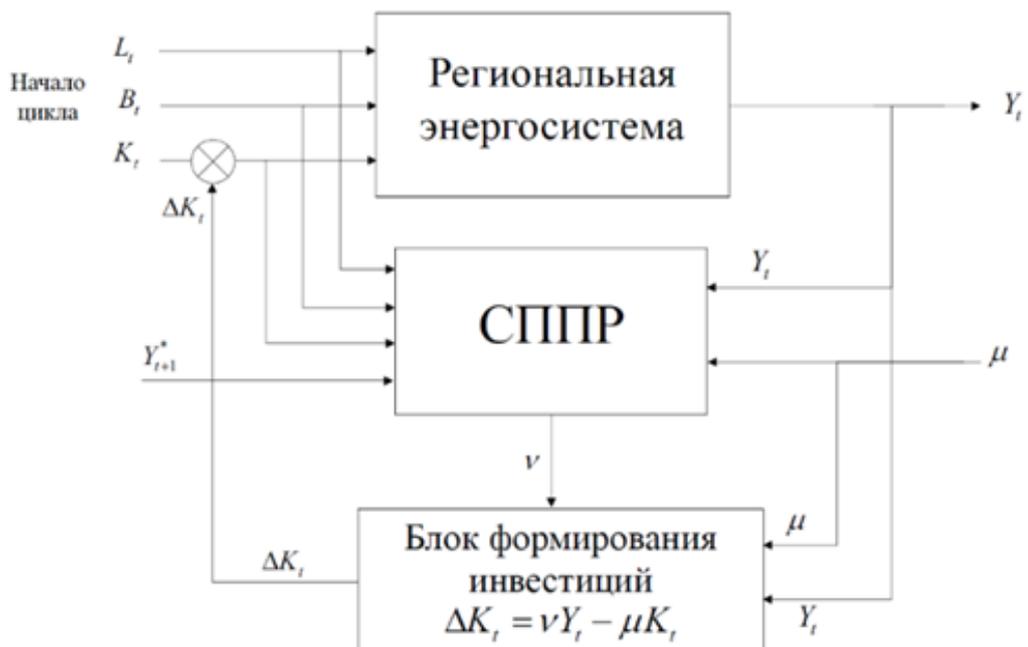


Рисунок 5.1 – Одноконтурная система управления энергосистемой Самарской области.

В контуре управления энергосистемой моделируется формирование инвестиций на обновление капитальных ресурсов  $K_{t+1}$  за счет доли прибыли  $\nu$  от выпуска продукции  $Y_t$ , которая является управляющей величиной.

Особенностью производства тепловой и электрической энергии является то, что объемы производства в первую очередь определяются потребностями промышленных и коммунальных потребителей, потребление энергии происходит непрерывно, а запасы энергии невозможно хранить. Таким образом, величина выпуска суммарной энергии на будущий год  $Y_{t+1}^*$  задается в определенных размерах потребностями потребителей.

С учетом специфики производства энергии будем считать, что изменения управляющих переменных возможны с периодом, равным длительности одного технологического цикла (1 год).

Объем инвестиций на обновление капитальных ресурсов определяется следующим образом:

$$I_{t+1} = \nu \cdot Y_t.$$

На величину  $\nu$  накладывается естественное ограничение  $0 \leq \nu \leq 1$ . Кроме этого, при определении величины капитальных ресурсов необходимо учитывать коэффициент выбытия основных фондов  $\mu$  – долю капитальных ресурсов, выведенных из эксплуатации за отчетный период. Согласно статистическим данным энергетических производств, значение коэффициента выбытия основных фондов  $\mu$  определяется равным 0,05 в соответствии с опытом эксплуатации и планом проведения текущих и капитальных ремонтов основных фондов энергосистемы.

Тогда величина капитальных ресурсов следующего периода будет складываться из стоимости основных фондов текущего периода с учетом выбытия основных фондов и величины инвестиций:

$$K_{t+1} = (1 - \mu) \cdot K_t + I_{t+1} = (1 - \mu) \cdot K_t + \nu \cdot Y_t = K_t + \Delta K_t. \quad (5.1)$$

В результате преобразований получим величину изменения объема капитальных ресурсов на будущий год в следующем виде:

$$\Delta K_t = \nu \cdot Y_t - \mu \cdot K_t. \tag{5.2}$$

Для формирования математически оправданных решений при определении величины инвестиций в обновление капитальных ресурсов на будущий год в контуре системы управления энергосистемой была использована система поддержки принятия решений (СППР), структура которой приведена на рисунке 5.2.

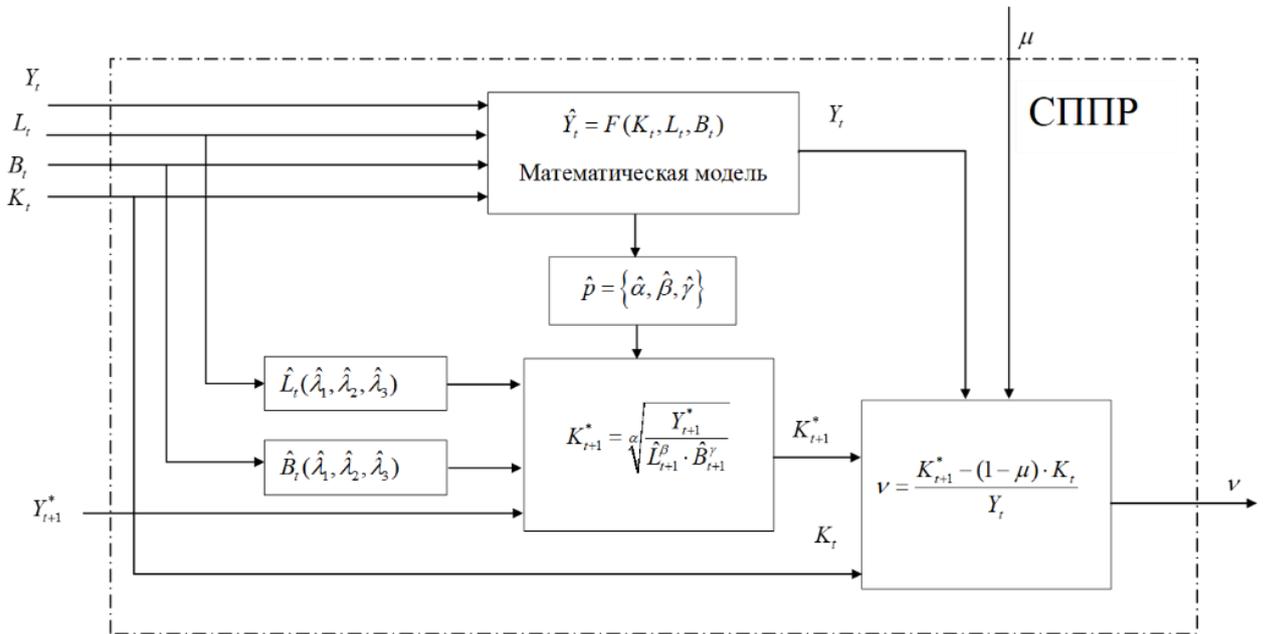


Рисунок 5.2 – Структура системы поддержки принятия решений

Сформированная СППР выполняет следующие задачи: на основе статистических данных функционирования энергосистемы происходит построение математической модели ее функционирования, проводятся статистический анализ результатов моделирования и оценка качества модели, определяются прогнозные значения объемов используемых трудовых и топливных ресурсов на следующий год, формируются рекомендации по величине капитальных ресурсов на будущий год в виде управляющей величины  $\nu$ .

В качестве математической модели, описывающей деятельность энергосистемы для использования в СППР, была выбрана модель в виде ковариационно-стационарной модели (3.18), построенной на основе нелинейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией

первого порядка, построение, идентификация и анализ которой проводились в главе 3:

$$y_k = \lambda_2 x_{1k}^{\lambda_3} x_{2k}^{\lambda_4} x_{3k}^{\lambda_5} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 x_{1,k-1}^{\lambda_3} x_{2,k-1}^{\lambda_4} x_{3,k-1}^{\lambda_5}) + \varepsilon_k; \quad k = 1, 2, 3, \dots, N-1, \quad (5.3)$$

где  $x_{1k}$ ,  $x_{2k}$ ,  $x_{3k}$  — значения объемов затрачиваемых капитальных, трудовых и топливных ресурсов, соответственно;  $\lambda_i, i = 1, \dots, 5$  — коэффициенты нелинейной регрессионной модели.

Анализ результатов идентификации данной математической модели для временного интервала 1990–2021 гг. показал, что она обладает хорошими аппроксимативными и прогнозными свойствами. Результаты расчетов параметров модели и их статистический анализ приведены в таблице 3.1.

В качестве математических моделей динамики трудовых и топливных ресурсов в СППР использовались модели (3.50) и (3.51), соответственно, рассмотренные в третьей главе.

На основе выбранных моделей было проведено прогнозное моделирование производства энергии энергосистемы Самарской области по выборке объемом 21 год, начиная с 2000 по 2020 гг., на 1 год вперед.

Согласно модели (3.18), сценарий снижения прогнозируемого уровня производства энергии на 2021 год составляет 0,45 (интегральный выпуск энергии на 3 % ниже уровня производства в 2020 г.) и обеспечивается величиной  $v$  равной 0,26.

Для сценария стабильного отпуска энергии, при котором величина производства энергии останется неизменной с 2020 по 2021 гг., доля инвестиций в капитальные ресурсы должна быть равна  $v = -0,27$ . Сценарий увеличения энергопроизводства на 3 % обеспечивает управляющая величина  $v = -0,65$ .

Получившиеся отрицательные значения величины при планируемом росте или, как минимум, постоянстве выпуска энергии связаны с тем, что в энергосистеме имеется избыток основных фондов и для повышения эффективности производства энергии необходимо затрачивать дополнительные средства на поддержание

резервов мощностей, а также демонтаж старого оборудования в случае необходимости.

В целом, результаты моделирования для периода 1990–2021 гг. свидетельствуют об отрицательном влиянии увеличения инвестиций в имеющиеся основные фонды, что приводит к снижению эффективности производства энергии, в целом, и подтверждают выводы о наличии избыточных фондов в энергосистеме. Вложение инвестиций в существующее оборудование, даже в ремонт, не может привести к увеличению выпуска продукции. Для повышения эффективности работы энергосистемы необходимо сокращение неиспользуемого энергетического оборудования и его обновление, которое требует значительных капиталовложений [52].

Для сравнительного анализа также был рассмотрен период эффективного производства энергии с 1976 по 1989 гг. и проведено моделирование производства энергии энергосистемы Самарской области по выборке объемом 14 лет на 1 год вперед на основе выбранных моделей.

Согласно модели (3.18), сценарий роста прогнозируемого уровня производства энергии на 1989 год составляет 1,169 (интегральный выпуск энергии на 0,8% выше уровня производства в 1988 г.) и обеспечивается величиной  $\nu$  равной 0,104.

Для сценария стабильного отпуска энергии, при котором величина производства энергии останется неизменной с 1988 по 1989 гг., доля инвестиций в капитальные ресурсы должна быть равна  $\nu = 0,069$ . Сценарий увеличения энергопроизводства на 3 % обеспечивает управляющая величина  $\nu = 0,206$ , тогда как значение управляющей величины  $\nu = -0,659$  обеспечивает сценарий снижения выпуска энергии на 3 %.

Таким образом, в период с 1976 по 1989 гг. можно охарактеризовать периодом эффективного и сбалансированного производства энергии, при котором увеличение инвестиций в обновление капитальных ресурсов приводило к росту значений выпуска суммарной энергии.

## 5.2 Построение алгоритма работы системы поддержки принятия решений для функционирования региональной энергосистемы

Функционирование энергетических производств оказывает существенное влияние на все отрасли промышленности и качество жизни людей. Постоянные изменения внешних экономических условий, старение производства, нерациональное использование ресурсов приводят к снижению эффективности работы энергосистемы.

Для повышения эффективности энергопроизводства необходимо совершенствование структур и методов системного управления и определение механизмов повышения энергоэффективности.

Конструктивными подходами для решения обозначенных проблем являются методы системного анализа и математического моделирования деятельности производственно-экономических систем и построение систем управления энергетическими производствами, позволяющие получать необходимую информацию для совершенствования процессов управления.

Для повышения эффективности энергетических производств сконструируем алгоритм работы системы поддержки принятия решений для функционирования энергосистемы Самарской области. Основные этапы алгоритма изображены на рисунке 5.3 [51].

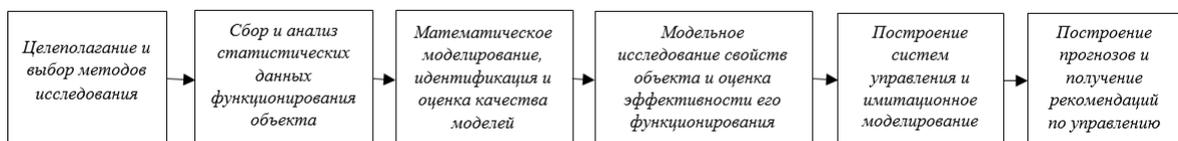


Рисунок 5.3 – Этапы работы системы поддержки принятия решений для функционирования энергосистемы

Алгоритм работы системы поддержки принятия решений для функционирования энергосистемы реализуется последовательностью процессов, которые включают в себя следующие этапы:

1. Целеполагание и выбор методов исследования;
2. Сбор и анализ статистических данных функционирования объекта;

3. Математическое моделирование, идентификация и оценка качества моделей;

4. Модельное исследование свойств объекта и оценка эффективности его функционирования;

5. Построение систем управления и прогнозное моделирование;

6. Построение прогнозов и получение рекомендаций по управлению.

Сконструированный алгоритм построен для энергетических систем, состоящих из энергопредприятий по совместной выработке тепловой и электрической энергии (ТЭЦ). Для энергосистем, производящих только электрическую или только тепловую энергию, необходима доработка алгоритма с учетом особенностей их работы.

Построенный алгоритм управления деятельностью производственно-экономического объекта, энергосистемы Самарской области, детализировано представленный на рисунке 5.4, позволяет провести системный анализ функционирования объекта, исследовать внутренние и внешние связи между ресурсами, оценить эффективность деятельности энергосистемы, сконструировать системы управления энергообъектом и сформировать альтернативные варианты для оптимального управления его деятельностью.

Данный алгоритм создает единое информационное пространство, работая на двух иерархических уровнях:

1) на нижнем уровне  $i$ -ого энергетического предприятия осуществляется оптимизация работы энергетического оборудования;

2) на верхнем иерархическом уровне осуществляется выработка организационно-экономических управляющих решений для всей энергосистемы.

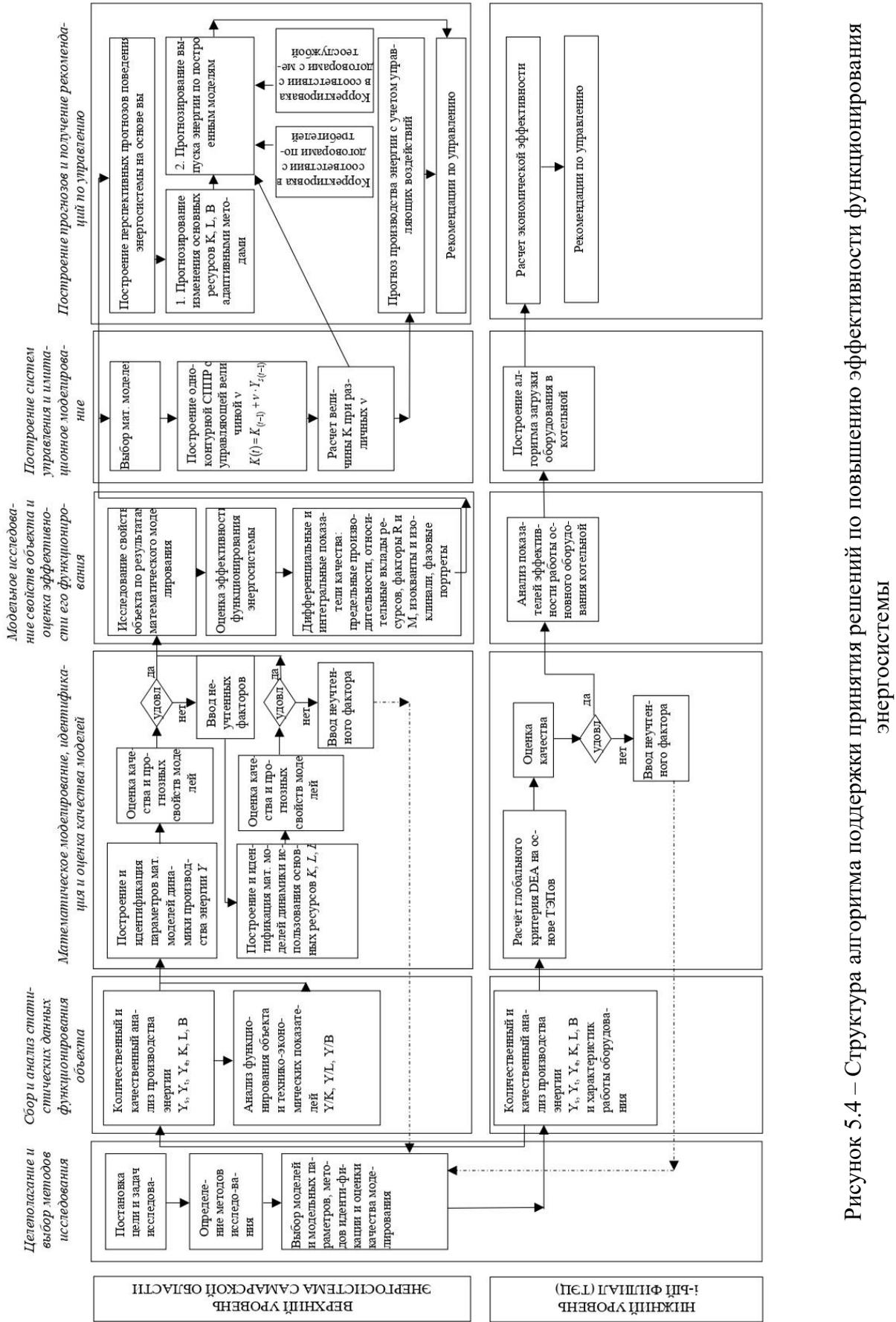


Рисунок 5.4 – Структура алгоритма поддержки принятия решений по повышению эффективности функционирования энергосистемы

При построении структуры алгоритма были реализованы принципы системного подхода к исследованию сложных систем для решения задачи ресурсосбережения. В сконструированном алгоритме объединены экономическое, технологическое, информационное, организационное управление различными видами ресурсов на оперативном и стратегическом уровне.

Рассмотрим последовательно представленные в алгоритме этапы и их составляющие более подробно:

#### 1. Целеполагание и выбор методов исследования.

На первом этапе алгоритма исследуются вопросы целеполагания, определяются методы исследования и производится структурный анализ энергосистемы и отдельных энергопредприятий. Кроме этого, выбираются модели и основные параметры, характеризующие работу объекта, для дальнейшего анализа.

Эффективность функционирования отдельной ТЭЦ характеризуется следующими основными показателями: удельным расходом топлива на производство тепловой энергии, электрической энергии, КПД котельных агрегатов, коэффициентом использования топлива, расходом электроэнергии на собственные нужды.

Основными ресурсами, оказывающими значительное влияние на производство энергии, являются капитальные  $K(t)$ , трудовые  $L(t)$  и топливные  $B(t)$  ресурсы.

#### 2. Сбор и анализ статистических данных функционирования объекта.

На уровне энергетических предприятий при реализации второго этапа алгоритма происходит сбор и первичная обработка значений параметров, измеряемых системой контрольно-измерительных приборов (КИП), сравнение их с оптимальными, расчет и анализ технико-экономических показателей (ТЭП) работы оборудования в реальном времени, формирование отчетов и режимных карт. Работа энергетического оборудования характеризуется более чем 50 показателями, из которых были выделены 8 основных [14]:

1. Удельный расход топлива,  $G_{\text{топл}}$  ;
2. Удельный расход электроэнергии на тягу и дутье,  $\mathcal{E}_{\text{мд}}$  ;
3. Температуру уходящих газов,  $t_{\text{ух.н}}$  ;
4. Отклонение от оптимального значения разряжения в топке котла,  $\Delta P_n$  ;
5. Содержание оксидов азота в продуктах сгорания,  $V_{\text{NO}_x, n}$  ;
6. Содержание оксидов углерода в продуктах сгорания,  $V_{\text{CO}_x, n}$  ;
7. Содержание диоксидов углерода в продуктах сгорания,  $V_{\text{CO}_{2x}, n}$  .
8. КПД,  $\eta_n$  .

Полученные от каждого предприятия данные направляются на верхний уровень СППР.

На верхнем уровне на основе методов статистического анализа проводится качественный и количественный анализ входных и выходных параметров деятельности энергосистемы в целом: капитальных  $K(t)$ , трудовых  $L(t)$  и топливных  $B(t)$  ресурсов, производства тепловой  $Yt(t)$  и электрической  $Ye(t)$  энергии; а также анализ технико-экономических показателей функционирования, в частности текущих производительностей ресурсов – фондоотдачи  $Y/K$ , производительности труда  $Y/L$  и топливоотдачи  $Y/B$ , рассмотренных в главе 2. Кроме этого, анализируется устойчивость системы и эффективность использования ресурсов по фазовым портретам энергосистемы в пространстве состояний, характеризующих эффективность ее работы.

В результате выполнения второго этапа алгоритма с использованием статистических данных показателей функционирования производств установлена низкая эффективность использования базовых ресурсов и наличие избыточных капитальных ресурсов в энергосистеме.

3. Математическое моделирование, идентификация и оценка качества моделей.

На уровне отдельных ТЭЦ при реализации данного этапа оценивается и сравнивается эффективность работы основного оборудования — котлов.

Поскольку работа основного оборудования характеризуется большим количеством различных параметров, были сформированы обобщённые критерии экономичности, экологичности, технологичности работы оборудования и глобальный критерий эффективности, объединяющий предыдущие. В качестве входных параметров использовались ТЭП показатели, проанализированные в работе [14].

Для определения критериев эффективности работы котлов использовался метод многокритериального оценивания DEA или «Анализ среды функционирования», разработанный в 70–80 гг. XX века А. Чарнсом, В. Купером, Р. Бэнкером. Это современный метод оценки, ранжирования и анализа сложных экономических и социальных систем, позволяющий измерить эффективность с помощью задач оптимизации [94, 136, 136, 137].

Суть этого метода состоит в построении областей сравнительной эффективности по эмпирическим данным о функционировании различных объектов. Каждому объекту соответствует точка в многомерном пространстве  $G$ : «затраты–выпуск». Решения соответствующих оптимизационных задач линейного программирования дают коэффициенты эффективности, которые определяют сравнительную эффективность каждого объекта. Границу эффективности определяют объекты, показатель эффективности которых является максимальным. В методологии DEA показатель эффективности лежит в интервале  $(0;1]$  [33]. Метод DEA можно рассматривать как реализацию свертывания частных критериев эффективности в обобщенный показатель оптимальности [26, 90, 103, 108].

Обобщенный критерий экономичности работы котельного оборудования, сформированный в работах [86], имеет следующий вид:

$$f_{\text{экон.}} = \max_{a_{jn}, b_{jn} \in G} \frac{a_{1n} \cdot \eta_n}{b_{1n} \cdot G_{\text{топл.}..n} + b_{2n} \cdot \mathcal{E}_{\text{мд}}}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5.4)$$

где  $N$  – кол—во состояний объекта,  $a_{in}$  и  $b_{jn}$  — весовые коэффициенты,  $G_{\text{топл}}$  — удельный расход топлива,  $\mathcal{E}_{\text{мд}}$  — удельный расход электроэнергии на тягу и дутье,  $\eta_n$  — КПД.

Система ограничений, определяющая область весовых коэффициентов  $G$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a_{11} \cdot \eta_1}{b_{11} \cdot G_{\text{монл.1}} + b_{21} \cdot \mathcal{E}_{\text{мд.1}}} \leq 1, \\ \frac{a_{12} \cdot \eta_2}{b_{12} \cdot G_{\text{монл.2}} + b_{22} \cdot \mathcal{E}_{\text{мд.2}}} \leq 1, \\ \dots \\ \frac{a_{1n} \cdot \eta_n}{b_{1n} \cdot G_{\text{монл.}n} + b_{2n} \cdot \mathcal{E}_{\text{мд.}n}} \leq 1, \end{array} \right. \quad (5.5)$$

Обобщенные критерии технологичности, экологичности и глобальный критерий эффективности функционирования котельного оборудования были сформулированы следующим образом:

$$f_{\text{техн}} = \max_{c_{in} \in G} \frac{1}{c_{1n} \cdot t_{yx.n} + c_{2n} \cdot \Delta P_n}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5.6)$$

$$f_{\text{экол.}} = \max_{d_{in} \in G} \frac{1}{d_{1n} \cdot V_{n \text{ NO}_x} + d_{2n} \cdot V_{n \text{ CO}} + d_{3n} \cdot V_{n \text{ CO}_2}}, \quad n = 1, 2, \dots, N \quad (5.7)$$

$$f = \max_{a,b,c,d_j \in G} \frac{a_{1n} \eta_n}{b_{1n} G_{\text{монл.}n} + b_{2n} \mathcal{E}_{\text{мд}} + c_{1n} t_{yx.n} + c_{2n} \Delta P + d_{1n} V_{n \text{ NO}_x} + d_{2n} V_{n \text{ CO}} + d_{3n} V_{n \text{ CO}_2}} \quad (5.8)$$

$$n = 1, 2, \dots, N,$$

где  $a_{in}$ ,  $b_{jn}$ ,  $c_{jn}$ ,  $d_{jn}$  — весовые коэффициенты,  $t_{yx.n}$  температура уходящих газов,  $\Delta P_n$  отклонение от оптимального значения разряжения в топке котла,  $V_{NO_x.n}$ ,  $V_{CO.n}$ ,  $V_{CO_2.n}$  содержание в продуктах сгорания оксидов азота, оксидов углерода и диоксидов углерода, соответственно.

К весовым коэффициентам применяется система ограничений по аналогии с системой (5.5).

В результате осуществления данного этапа на уровне ТЭЦ определяются значения критериев эффективности работы котлов и проводится их сравнительная оценка. Если полученные результаты не позволяют выделить наиболее эффективно функционирующее оборудование, то в обобщенные критерии эффективности

работы энергетического оборудования вводятся неучтенные технико-экономические показатели, характеризующие их работу.

На верхнем уровне энергосистемы при выполнении данного этапа алгоритма проводится построение математических моделей, описывающих деятельность энергосистемы и взаимосвязи между производством энергии и использованием основных ресурсов, идентификация построенных моделей и оценка их качества.

Если качество построенных моделей является не удовлетворительным, то в математическую модель вводится дополнительная информация и влияющие на производственную деятельность факторы.

В качестве математической модели, описывающей взаимосвязи между объемом затрачиваемых ресурсов и производством энергии, была выбрана модель в виде ковариационно-стационарной модели (3.18), построенной на основе нелинейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией первого порядка, построение, идентификация и анализ которой проводились в главе 3:

$$y_k = \lambda_2 x_{1k}^{\lambda_3} x_{2k}^{\lambda_4} x_{3k}^{\lambda_5} + \lambda_1 (y_{k-1} - \lambda_2 x_{1,k-1}^{\lambda_3} x_{2,k-1}^{\lambda_4} x_{3,k-1}^{\lambda_5}) + \varepsilon_k; k = 1, 2, 3, \dots, N-1,$$

где  $x_{1k}$ ,  $x_{2k}$ ,  $x_{3k}$  — значения объемов затрачиваемых капитальных, трудовых и топливных ресурсов, соответственно;  $\lambda_i, i = 1, \dots, 5$  — коэффициенты нелинейной регрессионной модели.

Идентификация параметров моделей проводилась с помощью обобщенного метода наименьших квадратов на основе статистических данных деятельности энергосистемы.

В результате реализации данного этапа была получена математическая модель, адекватно описывающая взаимосвязь между выпуском продукции и затратами используемых ресурсов.

По моделям с достаточно высоким качеством исследованы свойства энергосистемы Самарской области и описаны закономерности ее функционирования. Топливный ресурс оказывает наиболее сильное влияние на величину отпуска суммарной энергии. Для увеличения эффективности

энергосистемы необходимо перераспределение ресурсов, в том числе модернизация и сокращение имеющихся капитальных ресурсов.

4. Модельное исследование свойств объекта и оценка эффективности его функционирования.

На уровне отдельных энергетических производств проводится анализ критериев эффективности работы основного оборудования, в результате которого формируется комплексная оценка работы основного оборудования с учетом всех выбранных частных показателей эффективности. Кроме этого, проводится детальное исследование всех обобщенных критериев эффективности и весовых коэффициентов, которое позволяет определить направления развития при разработке мероприятий по повышению эффективности основного оборудования.

На уровне энергосистемы на основе построенных и идентифицированных моделей исследуются ее свойства и осуществляется оценка эффективности ее функционирования.

Для оценки эффективности деятельности энергосистемы были разработаны дифференциальные и интегральные критерии эффективности.

Для исследования эффективности использования каждого вида ресурсов рассматривались предельные производительности капитальных  $\partial Y / \partial K$ , трудовых  $\partial Y / \partial L$  и топливных  $\partial Y / \partial B$  ресурсов. Была проведена оценка влияния на деятельность энергосистемы фактора изменения масштаба производства  $M$  и фактора совершенствования энергетических процессов  $R$ . Исследовалось поведение производственно-технологических процессов в энергосистеме в плоскости параметров капитальных  $K$  и трудовых  $L$  ресурсов [105].

В результате выполнения данного этапа было установлено снижение показателей энергоэффективности энергосистемы в период 1990–2021 гг. Основные фонды и трудовые ресурсы в этот период используются неэффективно, увеличение масштабов производства оказывает негативное влияние на выпуск продукции. Всё это свидетельствует о неэффективной работе энергосистемы и наличии избыточных фондов.

5. Построение систем управления и имитационное моделирование.

Для каждого предприятия на данном этапе строится алгоритм распределения нагрузки между котельными агрегатами на основе данных, полученных в результате многокритериального оценивания, что позволяет принимать математически обоснованные решения при выборе наиболее оптимальных режимов работы и использовать имеющееся оборудование максимально эффективно.

На верхнем уровне энергосистемы пятый этап алгоритма представляет собой имитационное моделирование производственно-экономических процессов в энергосистеме на основе ранее построенных и идентифицированных моделей. В имитационной модели исследовалось влияние инвестирования в обновление капитальных ресурсов на эффективность производства энергии.

Формирование инвестиций происходит за счет доли прибыли в виде выпуска продукции за предыдущий финансовый год с помощью управляющей величины  $v$ . Кроме этого, в имитационной модели учитываются выведенные из эксплуатации капитальные ресурсы с помощью коэффициента выбытия фондов  $\mu$ . В зависимости от величины  $v$  величина капитальных ресурсов определяется по формуле:

$$K(t) = (1 - \mu) \cdot K(t-1) + v \cdot Y_s(t-1). \quad (5.4)$$

#### 6. Построение прогнозов и получение рекомендаций по управлению.

При выполнении заключительного этапа алгоритма определяется экономическая эффективность мероприятий по изменению распределения нагрузки в котельной в соответствии с критериями эффективности, формируются рекомендации по управлению для лиц, принимающих решения, в частности, формируются направления, в первую очередь нуждающиеся в улучшении и ремонте.

На уровне энергосистемы в целом проводится двухступенчатое построение прогнозов поведения энергосистемы как с учетом изменения финансирования основных фондов, так и без учета управляющих воздействий.

Для получения прогнозных значений основных ресурсов использованы ковариационно-стационарные стохастические модели временных рядов в форме

разностных уравнений с детерминированным полиномиальным трендом (3.50) и (3.51), рассмотренные в главе 3. Далее, по математической модели производственной функции (3.18) определяются прогнозные значения производства энергии. Аналитическая модель позволяет определить сценарий поведения энергосистемы с учетом управляющих воздействий величина капитальных ресурсов определялась для различных значений  $v$ .

С учетом построенных прогнозов функционирования системы на этом этапе формируются рекомендации по управлению энергосистемой для лиц, принимающих решения.

### **5.3 Выводы по пятой главе**

В пятой главе были получены следующие основные результаты:

1. Разработана одноконтурная имитационная модель управления процессами функционирования энергетического производства за счет формирования инвестиций в обновление капитальных ресурсов системы.

2. С помощью имитационной модели функционирования энергосистемы Самарской области рассмотрены возможные сценарии ее поведения и сформированы адаптивные варианты деятельности энергосистемы, построен прогноз деятельности системы с учетом управляющих воздействий в виде инвестиций в обновление основных фондов.

3. Сконструирована архитектура системы поддержки принятия решений, которая позволяет на базе методов системного анализа проводить анализ деятельности энергосистем и оценку энергоэффективности их функционирования на двух уровнях — на общем уровне и на уровне энергетических производств с учетом особенностей совместного производства тепловой и электрической энергии. Применение алгоритма возможно для анализа энергоэффективности аналогичных энергосистем других регионов.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненная работа посвящена системному анализу деятельности региональной энергосистемы на примере Самарской области, моделированию и идентификации параметров функционирования энергопроизводств, разработке критериев оценки эффективности их деятельности, построению прогнозных сценариев поведения энергосистемы и разработке структуры алгоритма системы поддержки принятия решений

Полученные в работе основные результаты подробно изложены в выводах каждого из пяти разделов.

В целом, на основе методов системного анализа, методов статистического анализа, математического моделирования, методов идентификации, теории управления сложными системами, теории пространств состояний, теории производственных функций, в работе решены следующие задачи:

1. Проведен системный анализ функционирования региональной энергосистемы с учетом внешних и внутренних факторов за период с 1990 по 2021 гг.

2. Разработана система критериев оценки эффективности деятельности территориальной энергосистемы Самарской области в виде предельных производительностей основных ресурсов, факторных эластичностей выпуска энергии, факторов изменения масштаба производства и совершенствования технологических процессов, относительных вкладов капитальных и трудовых ресурсов в производство энергии, а также в виде анализа функционирования энергосистемы в пространстве входных воздействий с помощью предельных траекторий поведения процессов.

3. Предложены механизмы управления энергетическим производством в промышленном регионе в виде системы поддержки принятия решений по повышению эффективности функционирования энергосистемы с помощью проблемно-ориентированных имитационных моделей.

4. Разработаны математические модели функционирования энергосистемы в виде ковариационно-стационарных моделей временных рядов и методы их параметрической идентификации на основе результатов наблюдений.

5. Разработана новая система поддержки принятия решений для повышения эффективности управления энергопроизводством, позволяющая повысить достоверность различных прогнозных сценариев и разрабатывать научно-обоснованные стратегии управления деятельностью энергосистемы.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Абасов, Н. В. Долгосрочный прогноз природообусловленных факторов энергетики в информационно-прогностической системе ГИПСАР / Н. В. Абасов, Т. В. Бережных, А. П. Резников // Известия РАН, Энергетика. 2000. № №6. С. 22-30.
2. Айвазян, С. А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. М. : Юнити, 1998. 1022 с.
3. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон; ред. Ю. К. Беляева; пер. И. Г. Журбенко, В. П. Носко. М. : Мир, 1976. 756 с.
4. Аоки, М. Оптимизация стохастических систем / М. Аоки; ред. Я. З. Цыпкин; пер. Е. П. Маслов, Э. Л. Наппельбаум. М. : Наука, 1971. 424 с.
5. Баранов, Г. Л. Построение модели и анализ стохастических периодических нагрузок энергосистем / Г. Л. Баранов, Б. Г. Марченко, Н. В. Приймак // Известия Академии наук. Энергетика и транспорт. 1991. Т. №2. С. 12-21.
6. Беллман, Р. Динамическое программирование / пер. с англ. / Р. Беллман; ред. Н. Н. Воробьева, Н. Н. Воробьева; пер. И. М. Андреева. М. : Изд. Иностр. лит., 1960. 400 с.
7. Беллман, Р. Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус; ред. А. А. Первозванский; пер. Н. М. Митрофанова. М. : Наука, 1965. 458 с.
8. Бир, С. Кибернетика и управление производством / С. Бир; ред. А. Б. Челюсткин; пер. В. Я. Алтаев. М. : Физматгиз, 1963. 275 с.
9. Бокс, Д. Анализ временных рядов: прогноз и управление / Д. Бокс, Г. Дженкинс; ред. В. Ф. Писаренко; пер. А. Л. Левшин. Вып. 2. М. : Мир, 1974. 406 с.
10. Болч, Б. Многомерные статистические методы для экономики / Б. Болч, К. Дж. Хуань; ред. С. А. Айвазян; пер. А. Д. Плитман. М. : Статистика, 1979. 317 с.

11. Браверман, Э. М. Математические модели планирования и управления в экономических системах / Э. М. Браверман. М. : Наука, 1976. 368 с.
12. Вучков, И. Прикладной линейный регрессионный анализ / И. Вучков, Л. Бояджиева, Е. Солаков; пер. Ю. П. Адлер. М. : Финансы и статистика, 1987. 238 с.
13. Высшая математика для экономистов: Учебник для вузов / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, [и др.]. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Юнити, 2004. 471 с.
14. Гаврилов, В. К. Модельный анализ эффективности функционирования региональных энергопроизводств / В. К. Гаврилов, А. А. Гаврилова // Тр. III Всеросс. науч. конф. с межд. уч. Математическое моделирование и краевые задачи. Самара : РИО СамГТУ, 2006. С. 43-45.
15. Гаврилов, В. К. Обобщенное комплексное оценивание эффективности функционирования региональной энергосистемы, работы генерирующих предприятий и энергоустановок : специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / В. К. Гаврилов., Самара : Сам. гос. техн. ун-т, 2009. 202 с.
16. Гаврилова, А. А. Методы моделирования, управление и принятие решений в социально-экономических системах [Электронный ресурс] : учебное пособие / А. А. Гаврилова, А. Р. Диязитдинова, М. В. Цапенко. 2. Самара : СамГТУ, 2017. 248 с. URL: <https://e.lanbook.com/book/127913> (дата обращения: 20.04.2025). Текст : электронный.
17. Гаврилова, А. А. Многокритериальная оценка сравнительной эффективности котельного оборудования / А. А. Гаврилова, Л. А. Сагитова // Сборник статей 81-ой Всероссийской научно-технической конференции Традиции и инновации в строительстве и архитектуре. Строительство и строительные технологии. Самара : Самарский государственный технический университет, 2024. С. 683-692.

18. Гаврилова, А. А. Анализ траекторий производственно-технологических процессов работы энергосистемы в плоскости параметров входных ресурсов / А. А. Гаврилова, Л. А. Сагитова, А. Г. Салов // Труды XII Всероссийской научно-практической конференции (с международным участием) Системы автоматизации в образовании, науке и производстве. AS'2019 Труды XII Всероссийской научно-практической конференции (с международным участием) Системы автоматизации в образовании, науке и производстве. AS'2019 / ред. С. М. Кулаков, Л. П. Мышляев. Новокузнецк : Сибирский государственный индустриальный университет, 2019. С. 237-241.
19. Гаврилова, А. А. Многокритериальная оценка эффективности мероприятий по ресурсосбережению в инженерных системах типовых зданий / А. А. Гаврилова, Л. А. Сагитова, И. С. Чичев // Энергетические системы. 2023. № 1. С. 99-105.
20. Гаврилова, А. А. Системный анализ и построение математической модели энергетического комплекса Самарской области / А. А. Гаврилова, А. Г. Салов, Л. А. Сагитова // Сборник трудов XIV Всероссийской научно-практической конференции памяти профессора Виктора Гавриловича Засканова Проблемы экономики современных промышленных комплексов. Финансирование и кредитование в экономике России: методологические и практические аспекты / ред. Д. А. Новиков. Самара : Самарский научный центр РАН, 2021. С. 12-19.
21. Гаврилова, А. А. Системный анализ энергоэффективности территориальной генерирующей компании в период структурных преобразований / А. А. Гаврилова, А. Г. Салов, Л. А. Сагитова // Энергетические системы. 2019. № 1. С. 95-101.
22. Гаврилова, А. А. Системный анализ эффективности производства электрической энергии энергетическим комплексом Самарской области / А. А. Гаврилова, А. Г. Салов, Л. А. Сагитова // Сборник статей XIII Всероссийской научно-практической конференции Математические модели современных экономических процессов, методы анализа и синтеза экономических механизмов. Актуальные проблемы и перспективы менеджмента организаций

- в России / ред. Д. А. Новиков. Самара : Самарский научный центр РАН, 2020. С. 50-56.
23. Гаврилова, А. А. Системный анализ эффективности управления региональной энергетической системой в условиях преобразований / А. А. Гаврилова, А. Г. Салов, Л. А. Сагитова // Труды XXI Международной конференции. В 2-х томах Проблемы управления и моделирования в сложных системах / ред. С. А. Никитов [и др.]. Самара : Общество с ограниченной ответственностью «Офорт», 2019. Т. II. С. 392-397.
24. Гаврилова, А. А. Системная методология анализа и моделирования энергоэффективности генерирующих компаний / А. А. Гаврилова, А. Г. Салов. Самара : ООО «Научно-технический центр», 2021. 277 с.
25. Гаврилова, А. А. Системный анализ и идентификация комплексной эффективности функционирования региональных энергетических производств : специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / А. А. Гаврилова,. Самара : Сам. гос. техн. ун-т, 2003. 170 с.
26. Гаврилова, А. А. Системный анализ режимов работы вспомогательного оборудования теплоэлектроцентралей, оценка эффективности применения регулируемого привода / А. А. Гаврилова // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2011. № 6 (164). С. 68-70.
27. Гаврилова, А. А. Синтез математических моделей региональной энергосистемы как многомерных производственных функций / А. А. Гаврилова, М. В. Цапенко // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2002. № 14. С. 126-192.
28. Гилл., Ф. Практическая оптимизация / Ф. Гилл., У. Мюррей, М. Райт; пер. В. Ю. Лебедев. М. : Мир, 1985. 509 с.

29. Годовой отчет ПАО «Т Плюс» по результатам деятельности за 2020 год. Самара : ПАО «Т Плюс», 2021. URL: <https://e-disclosure.ru/portal/files.aspx?id=9480&type=2> (дата обращения: 11.04.2025). Текст : электронный.
30. Гроп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп; ред. Е. И. Кринецкий; пер. В. А. Васильев, В. И. Лопатин. М. : Мир, 1979. 302 с.
31. Де Гроот, М. Оптимальные статистические решения / М. Де Гроот; ред. Ю. В. Линник, А. М. Каган; пер. А. Л. Рухин. М. : Мир, 1974. 491 с.
32. Демиденко, Е. З. Линейная и нелинейная регрессии / Е. З. Демиденко. М. : Финансы и статистика, 1981. 302 с.
33. Дилигенский, Н. В. Построение и идентификация математических моделей производственных систем : учеб. пособие / Н. В. Дилигенский, А. А. Гаврилова, М. В. Цапенко. Самара : Офорт, 2005. 126 с.
34. Дилигенский, Н. В. Математические модели управления производственно-экономическими системами : учебное пособие / Н. В. Дилигенский, М. В. Цапенко, А. А. Гаврилова. 2. Самара : АСИ СамГТУ, 2017. 114 с.
35. Дрейпер, Н. Р. Прикладной регрессионный анализ / Н. Р. Дрейпер, Г. Смит. 3. М. : Диалектика, 2007. 911 с.
36. Емельянов, С. В. Методы исследования сложных систем. Логика рационального выбора : Техническая кибернетика / С. В. Емельянов, Э. Л. Наппельбаум // Итоги науки и техники. 1977. Т. 8. С. 5-11.
37. Журавлёв, В. Г. Прогнозирование потребления электроэнергии с использованием классификационного подхода / В. Г. Журавлёв, М. Ф. Мамицкий // Известия Академии наук СССР. 1988. № 5. С. 25-29.
38. Загоруйко, Н. Г. Прикладные методы анализа данных и знаний / Н. Г. Загоруйко. Новосибирск : Изд-во Института математики СО РАН, 1999. 268 с.
39. Замков, О. О. Математические методы в экономике / О. О. Замков, А. В. Толстопятенко, Ю. Н. Черемных. М. : МГУ, издательство «ДИС», 1997. 368 с.

40. Зельнер, А. Байесовские методы в эконометрии / А. Зельнер; пер. Г. Г. Пирогов, Ю. П. Федоровский. М. : Статистика, 1980. 438 с.
41. Зоркальцев, В. И. Метод наименьших квадратов: геометрические свойства, альтернативные подходы, приложения / В. И. Зоркальцев; ред. Е. Г. Анциферов, В. П. Булатов. Новосибирск : Наука, 1955. 220 с.
42. Зотеев, В. Е. Математическое моделирование функционирования энергетической системы Самарской области / В. Е. Зотеев, Е. В. Башкинова, П. В. Староквашева // Труды Международной научно-технической конференции Перспективные информационные технологии (ПИТ 2020) / ред. С. А. Прохоров. Самара : Самарский научный центр РАН, 2020. С. 361-365.
43. Зотеев, В. Е. Математическое моделирование функционирования региональной энергосистемы Самарской области / В. Е. Зотеев, Л. А. Сагитова, А. А. Гаврилова // материалы XII Всероссийской научной конференции с международным участием : в 2 т. Математическое моделирование и краевые задачи. Самара : СамГТУ, 2024. Т. 1. С. 137-140.
44. Зотеев, В. Е. Прогнозное моделирование динамики основных ресурсов и построение имитационной системы управления деятельностью региональной энергосистемы Самарской области / В. Е. Зотеев, Л. А. Сагитова, А. А. Гаврилова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2024. Т. 32. № 3(83). С. 100-116.
45. Зотеев, В. Е. Разработка и сравнительный анализ математических моделей функционирования региональной энергосистемы Самарской области / В. Е. Зотеев, Л. А. Сагитова, А. А. Гаврилова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2024. Т. 28. № 3. С. 586-608.
46. Зотеев, В. Е. Численный метод нелинейного оценивания на основе разностных уравнений / В. Е. Зотеев // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. 2018. Т. 22. № 4. С. 669-701.

47. Зуховицкий, С. И. Линейное и выпуклое программирование / С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. М. : Наука, 1964. 348 с.
48. Иванилов, Ю. П. Элементы системного анализа / Ю. П. Иванилов. М. : Наука, 1980. 166 с.
49. Иванилов Ю.П., Ю. П. Математические модели в экономике / Ю. П. Иванилов Ю.П., А. В. Лотов. М. : Наука, 1979. 304 с.
50. Иванова, Д. В. Системный анализ и моделирование экологической эффективности региональной энергетики на примере Самарской области / Д. В. Иванова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2018. № 4 (60). С. 6-18.
51. Иванова, Д. В. Системный анализ и моделирование экологической эффективности региональной энергетики на примере Самарской области / Д. В. Иванова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2018. № 4 (60). С. 6-18.
52. Имитационное моделирование деятельности генерирующего комплекса на основе трехфакторной производственной функции / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова, П. А. Князев, В. А. Круглов // Градостроительство и архитектура. 2016. № 3(24). С. 140-145.
53. Имитационный подход к изучению больших систем энергетики / ред. Н. И. Воропай. Иркутск : СЭИ, 1986. 171 с.
54. Инновационные подходы к управлению энергетическими предприятиями / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова, Л. А. Сагитова, Ю. В. Чиркова // Сборник статей Инновационные стратегии развития экономики и управления. Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, 2017. С. 112-118.
55. Иозайтис, В. С. Экономико–математическое моделирование производственных систем / В. С. Иозайтис, Ю. А. Львов. М. : Высш. шк., 1991. 192 с.

56. Исследование динамики макроэкономических показателей методом производственных функций / А. П. Абрамов, В. А. Бессонов, Л. Г. Никифоров, К. С. Свириденко. М. : ВЦ АН СССР, 1987. 63 с.
57. Йордон, Э. Структурные модели в объектно-ориентированном анализе и проектировании / Э. Йордон, К. Агрила; пер. П. Быстров. М. : Лори, 1999. 264 с.
58. Казаков, И. Е. Статистическая теория систем управления в пространстве состояний / И. Е. Казаков. М. : Наука, 1975. 432 с.
59. Калман, Р. Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб; ред. Я. З. Цыпкин; пер. Э. Л. Наппельбаум. М. : Едиториал УРСС, 2004. 400 с.
60. Карасёв, А. И. Математические методы и модели в планировании / А. И. Карасёв, Н. Ш. Кремер, Т. И. Савельева; ред. А. И. Карасев. М. : Экономика, 1987. 240 с.
61. Кашьяп, Р. Д. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным / Р. Д. Кашьяп, А. Р. Рао; пер. Т. И. Дубенко. М. : Наука, 1983. 383 с.
62. Кендалл, М. Многомерный статистический анализ и временные ряды / М. Кендалл, А. Стьюарт; ред. А. Н. Колмогоров, Ю. В. Прохоров; пер. Э. Л. Пресман, В. И. Ротарь. М. : Наука, 1976. 736 с.
63. Клейнер, Г. Б. Производственные функции: теория, методы, применение / Г. Б. Клейнер. М. : Финансы и статистика, 1986. 239 с.
64. Колмыков, Д. С. Модельный анализ эффективности функционирования региональных энергопроизводств / Д. С. Колмыков, А. А. Гаврилова // Труды Третьей Всероссийской научной конференции Математическое моделирование и краевые задачи / ред. В. П. Радченко [и др.]. Самара : Самарский государственный технический университет, 2006. Т. 2. С. 93-96.
65. Колмыков, Д. С. Системный анализ комплексной эффективности и оптимизация функционирования региональной энергетической системы в условиях структурных преобразований : специальность 05.13.01 «Системный

- анализ, управление и обработка информации (по отраслям)» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Д. С. Колмыков. Самара : Сам. гос. техн. ун-т, 2006. 213 с.
66. Колосов, Г. Е. Синтез оптимальных автоматических систем при случайных возмущениях / Г. Е. Колосов. М. : Наука, 1984. 256 с.
67. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник для вузов / Н. Ш. Кремер. 2-е изд., перераб. и доп. М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2004. 573 с.
68. Левенталь ч, Г. Б. Оптимизация теплоэнергетических установок / Г. Б. Левенталь ч, А. С. Попырин; ред. М. А. Стырикович. М. : Энергия, 1970. 352 с.
69. Линник, Ю. В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений / Ю. В. Линник. 2-е изд., испр. и доп. М. : Физматгиз, 1962. 349 с.
70. Лотов, А. В. Введение в экономико–математическое моделирование / А. В. Лотов, Н. Н. Моисеев. М. : Наука, 1984. 392 с.
71. Лоусон, Ч. Численное решение задач метода наименьших квадратов / Ч. Лоусон, Р. Хенсон; пер. Х. Д. Икрамов. М. : Наука, 1986. 230 с.
72. Львовский, Е. Н. Статистические методы построения эмпирических формул / Е. Н. Львовский. М. : Высшая школа, 1988. 239 с.
73. Ляхомский, А. В. Прогнозирование электропотребления с учётом климато-метеорологических услови / А. В. Ляхомский, Ю. Ф. Крицевый // Известия вузов. Энергетика. 1989. № 10. С. 34-36.
74. Макаров, А. А. Методы исследования и оптимизации энергетического хозяйства / А. А. Макаров, Л. А. Мелентьев. Новосибирск : Наука. Сиб. отделение, 1973. 275 с.
75. Макоклюев, Б. И. Моделирование электрических нагрузок электроэнергетических систем / Б. И. Макоклюев, В. Н. Костиков // Электричество. 1994. № 10. С. 13-16.

76. Математическое моделирование источников энергоснабжения промышленных предприятий / А. И. Зайцев, Е. А. Митновицкая, Л. А. Левин, А. Е. Книгин. М. : Энергоатомиздат, 1991. 152 с.
77. Меламед, А. М. Современные методы анализа и прогнозирования режимов электропотребления в электроэнергетических системах / А. М. Меламед // Итоги науки и техники. Энергетические системы и их автоматизация. 1998. Т. 4. С. 4-111.
78. Мелентьев, Л. А. Оптимизация развития и управления больших систем энергетики / Л. А. Мелентьев. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Высшая школа, 1982. 319 с.
79. Многокритериальное оценивание экономичности работы котельных агрегатов / А. А. Гаврилова, А. Г. Салов, Л. А. Сагитова, Д. А. Новиков // Сборник трудов XV Всероссийской научно-практической конференции. Памяти профессора Виктора Гавриловича Засканова Математические модели современных экономических процессов, методы анализа и синтеза экономических механизмов. Актуальные проблемы и перспективы менеджмента организаций в России. Самара : Самарский научный центр РАН, 2023. С. 13-20.
80. Моделирование и управление процессами регионального развития / ред. С. Н. Васильев. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2001. 432 с.
81. Модельный анализ эффективности совместного производства тепловой и электрической энергии региональной энергосистемой / Н. В. Дилигенский, А. А. Гаврилова, А. Г. Салов, В. К. Гаврилов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Технические науки. 2008. № 5(147). С. 37-40.
82. Моисеев, Н. Н. Математические задачи системного анализа / Н. Н. Моисеев. М. : Наука, 1981. 488 с.
83. Мостеллер, Ф. Анализ данных и регрессия. Т. 1 / Ф. Мостеллер, Дж. Тьюки; ред. Ю. П. Адлер; пер. Ю. Н. Благовещенский. М. : Финансы и статистика, 1982. 317 с.

84. Надежность теплоэнергетического оборудования ТЭС и АЭС / ред. А. И. Андрющенко. М. : Высшая школа, 1991. 303 с.
85. Негойце, К. Применение теории систем к проблемам управления / К. Негойце; ред. С. А. Орловский; пер. В. Б. Тарасов. М. : Мир, 1981. 180 с.
86. Обобщенная оценка сравнительной эффективности работы котельного оборудования / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова, Ю. В. Чиркова, Л. А. Сагитова // Градостроительство и архитектура. 2016. № 2(23). С. 140-146.
87. Отнес, Р. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы / Р. Отнес, Л. Эноксон; пер. В. И. Хохлов. М. : Мир, 1982. 428 с.
88. Первозванский, А. А. Декомпозиция, агрегирование и приближенная оптимизация / А. А. Первозванский, В. Г. Гайцгори. М. : Наука, 1979. 344 с.
89. Первозванский, А. А. Математические модели в управлении производством / А. А. Первозванский. М. : Наука, 1975. 615 с.
90. Посашков, М. В. Реинжиниринг структуры управления газораспределительной организации / М. В. Посашков, А. Г. Салов, В. И. Немченко // Проблемы экономики и управления нефтегазовым комплексом. 2014. № 1. С. 27-32.
91. Постановление правительства Самарской области от 12.06.2017 № 441 «О Стратегии социально-экономического развития Самарской области на период до 2030 года (с изменениями на 17 сентября 2019 года)». 2017. URL: [http://economy.samregion.ru/programmy/strategy\\_programm/proekt\\_strateg/](http://economy.samregion.ru/programmy/strategy_programm/proekt_strateg/) (дата обращения: 12.04.2025). Текст : электронный.
92. Прангишвили, И. В. Системные законы и закономерности в электродинамике, природе и обществе / И. В. Прангишвили, Ф. Ф. Пашенко, Б. П. Бусыгин. М. : Наука, 2001. 525 с.
93. Проектирование сложных бизнес-объектов на основе системного анализа / Е. А. Матвеева, А. Р. Диязитдинова, О. Н. Черных, А. А. Гаврилова. Самара : Поволжский гос. ун-т телекоммуникаций и информатики, 2016. 151 с.
94. Растрингин, Л. А. Экстраполяционные методы проектирования и управления / Л. А. Растрингин, Ю. П. Пономарёв. М. : Машиностроение, 1986. 120 с.

95. Россия в цифрах. 2021 : краткий статистический сборник. М. : Росстат, 2021. 275 с.
96. Савицкий, С. К. Инженерные методы идентификации энергетических объектов / С. К. Савицкий. Ленинград : Энергия. Ленингр. отд-ние, 1978. 71 с.
97. Сагитова, Л. А. Подходы к созданию интегрированной системы управления энергетическим объектом / Сагитова, Л. А. // Тезисы докладов Двадцать второй Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов: в 3 томах Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. М. : Издательский дом МЭИ, 2016. Т. 3. С. 186.
98. Сагитова, Л. А. Многокритериальная оценка комплексной эффективности работы котлов / Л. А. Сагитова // Тезисы докладов Двадцать третьей Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов: в 3 томах Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. М. : Издательский дом МЭИ, 2017. Т. 3. С. 225.
99. Сагитова, Л. А. Многокритериальная оценка сравнительной эффективности генерирующего оборудования / Л. А. Сагитова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2022. Т. 30. № 2(74). С. 48-59.
100. Сагитова, Л. А. Анализ эффективности использования частотного регулирования производительности подпиточных насосов / Л. А. Сагитова, А. В. Новичкова // Тезисы докладов Двадцатой Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов: в 4 томах Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. М. : Издательский дом МЭИ, 2014. Т. 3. С. 284.
101. Сагитова, Л. А. Организация управления энергообъектом на основе интегрированной системы управления / Л. А. Сагитова, А. В. Новичкова, А. А. Гаврилова // Материалы XIII Международной научно-практической конференции: в 5 томах Актуальные проблемы информатизации науки и производства / ред. О. Ю. Федосеева. Тольятти : Волжский университет имени В.Н. Татищева (институт), 2016. Т. 1. С. 99-102.

102. Сагитова, Л. А. Повышение энергоэффективности путём создания интегрированной системы управления энергетическим предприятием / Л. А. Сагитова, А. В. Новичкова, А. А. Гаврилова // Материалы трудов XXI Всероссийской научно-технической конференции. В 2 томах Энергетика: эффективность, надежность, безопасность. Томск : ООО «Скан», 2015. Т. 1. С. 203-206.
103. Сагитова, Л. А. Обобщенная оценка работы энергетического оборудования по экономическим критериям / Л. А. Сагитова // Тезисы докладов Двадцать первой Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов: в 4 томах Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. М. : Издательский дом МЭИ, 2015. Т. 3. С. 272.
104. Сагитова, Л. А. Анализ производства тепловой и электрической энергии энергетическими предприятиями Самарской области / Л. А. Сагитова, А. Г. Салов // Материалы VIII Международной научно-технической конференции Электроэнергетика глазами молодежи - 2017. Самара : Самарский государственный технический университет, 2017. С. 270-273.
105. Сагитова, Л. А. Структура алгоритма системы поддержки принятия решений повышения энергоэффективности регионального энергетического комплекса / Л. А. Сагитова // Инфокоммуникационные технологии. 2021. Т. 19. № 2. С. 256-262.
106. Сагитова, Л. А. Обобщенная оценка работы энергетического оборудования по комплексным критериям / Л. А. Сагитова, Ю. В. Чиркова, А. А. Гаврилова // Сборник материалов VII Всероссийской научно-практической конференции молодых ученых с международным участием Россия молодая. Кемерово : Кузбасский государственный технический университет им. Т.Ф. Горбачева, 2015. С. 122.
107. Салов, А. Г. Исследование экономических характеристик регионального промышленного комплекса методами статистического и модельного анализа / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова, Д. В. Иванова // Научное обозрение. 2015. № 15. С. 327-332.

108. Салов, А. Г. Комплексный анализ энергоэффективности вспомогательного оборудования ТЭЦ / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова // Промышленная энергетика. 2011. № 12. С. 31-34.
109. Салов, А. Г. Комплексный подход к оптимизации структур управления промышленными предприятиями / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова, Л. А. Сагитова // Труды III международной научно-технической конференции Пром-Инжиниринг. С.Петербург-Челябинск-Новочеркасск-Владивосток : Издательский центр ЮУрГУ, 2017. С. 393-396.
110. Салов, А. Г. Системный анализ и моделирование деятельности энергетических генерирующих предприятий с целью оценки эффективности их функционирования в условия становления рыночных отношений / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова // Вестник Саратовского государственного технического университета. 2008. № 1(30). С. 86-91.
111. Салов, А. Г. Анализ энергоэффективности работы дутьевых вентиляторов энергетического оборудования котельных / А. Г. Салов, Л. А. Сагитова, А. В. Савинова // Материалы трудов XIX Всероссийской научно-технической конференции Энергетика: Эффективность, надежность, безопасность. Томск : ООО «Скан», 2013. Т. 1. С. 304-306.
112. Салов, А. Г. Системный анализ надёжности централизованного теплоснабжения города Самары / А. Г. Салов, Л. А. Сагитова // Вестник Самарского государственного технического университета. Серия: Технические науки. 2019. № 2(62). С. 77-87.
113. Салов, А. Г. Системная методология анализа энергоэффективности территориальной генерирующей компании в условиях перехода к саморегулированию : специальность 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (по отраслям)» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / А. Г. Салов. Самара : Сам. гос. техн. ун-т, 2009. 305 с.
114. Себер, Дж. Линейный регрессионный анализ / Дж. Себер; пер. В. П. Носко. М. : Мир, 1980. 456 с.

115. Сейдж, Э. П. Идентификация систем управления / Э. П. Сейдж, Дж. Л. Мелса; ред. Н. С. Райбман; пер. В. А. Лотоцкий, А. С. Мандель. М. : Наука, 1974. 246 с.
116. Сильвестров, А. Н. Многократно адаптивные системы идентификации / А. Н. Сильвестров, О. М. Папченко. Киев : Техника, 1983. 111 с.
117. Сильвестров, А. Н. Идентификация и оптимизация автоматических систем / А. Н. Сильвестров, П. И. Чинаев. М. : Энергоатомиздат, 1987. 198 с.
118. Системные исследования в энергетике: методология и результаты / А. А. Макаров, Н. И. Воропай, В. А. Стенников, [и др.]; ред. А. А. Макаров, Н. И. Воропай. М. : АО «Издательский дом МЭИ», 2018. 308 с.
119. Советов, Б. Я. Моделирование систем / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. М. : Высшая школа, 1985. 271 с.
120. Сравнительная оценка эффективности работы котлов по обобщенным критериям / А. Г. Салов, А. А. Гаврилова, Л. А. Сагитова, Ю. В. Чиркова // Математические методы в технике и технологиях - ММТТ. 2016. № 12(94). С. 194-198.
121. Стохастические системы управления: [Сб. статей] / ред. А. В. Медведев. Новосибирск : Наука. Сиб. отд-ние, 1979. 102 с.
122. Схрейвер ч, А. Теория линейного и целочисленного программирования: В 2-х т. Т 2 : Пер. с англ. / А. Схрейвер ч. М. : Мир, 1991. 342 с.
123. Терехов, Л. Л. Производственные функции / Л. Л. Терехов. М. : Статистика, 1974. 128 с.
124. Торгерсон, У. С. Многомерное шкалирование. Теория и метод / У. С. Торгерсон // Статистическое измерения качественных характеристик. М. : Статистика, 1972. С. 95-118.
125. Ту, Ю. Современная теория управления / Ю. Ту; ред. В. В. Солодовников; пер. Я. Н. Гибадулин. М. : Машиностроение, 1971. 472 с.
126. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау; ред. М. Л. Быховский; пер. И. Н. Быховская, Б. Т. Вавилов. М. : Мир, 1975. 536 с.

127. Хрилёв, Л. С. Теплофикационные системы / Л. С. Хрилёв. М. : Энергоатомиздат, 1988. 272 с.
128. Цыпкин, Я. З. Основы информационной теории идентификации / Я. З. Цыпкин. М. : Наука, 1984. 320 с.
129. Черемных, Ю. Н. Математические модели развития народного хозяйства / Ю. Н. Черемных. М. : Изд-во МГУ, 1986. 102 с.
130. Четыркин, Е. М. Статистические методы прогнозирования / Е. М. Четыркин. М. : Статистика, 1975. 184 с.
131. Шашков, В. Б. Прикладной регрессионный анализ. Многофакторная регрессия / В. Б. Шашков. Оренбург : ГОУ ВПО ОГУ, 2003. 363 с.
132. Шорин, В. Г. Системный анализ и структуры управления / В. Г. Шорин. М. : Знание, 1975. 303 с.
133. Штейнберг, Ш. Е. Идентификация в системах управления / Ш. Е. Штейнберг. М. : Энергоатомиздат, 1987. 80 с.
134. Штефан, И. А. Математические методы обработки экспериментальных данных / И. А. Штефан, В. В. Штефан. Кемерово : КузГТУ, 2003. 123 с.
135. Gavrilova, A. System Analysis of the Effectiveness of Regional Energy System Management in the Conditions of Transformation / A. Gavrilova, A. Salov, L. Sagitova. Текст : электронный // 2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP) 2019 XXI International Conference Complex Systems: Control and Modeling Problems (CSCMP). Samara, Russia : IEEE, 2019. С. 736-741. URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/8976644/> (дата обращения: 13.04.2025).
136. Banker, R. D. Some Models for Estimating Technical and Scale Efficiency in Data Envelopment Analysis / R. D. Banker, A. Charnes, W. W. Cooper // Management Science. 1984. Т. 30. № 9. С. 1078-1092.
137. Charnes, A. Measuring the Efficiency of Decision Making Units / A. Charnes, W. W. Cooper, E. Rhodes // European Journal of Operational Research. 1978. Т. 2(6). С. 429-444.

138. Darbin, J. Testing for serial correlation in least squares regression / J. Darbin, G. Watson // *Biometrika*. 1971. T. 58. C. 1-19.
139. Draper, N. R. *Applied Regression Analysis : Series in Probability and Statistics* / N. R. Draper, H. Smith. New York : John Wiley & Sons, 1998. 716 c.
140. Gavrilova, A. A. Assessment of the Efficiency of the Samara Region's Energy Complex under Changing Conditions / A. A. Gavrilova, A. G. Salov, L. A. Sagitova // 2020 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2020. Vladivostok : Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2020. C. 9271116.
141. Gavrilova, A. A. Comprehensive Analysis and Simulation of Fail-Safe Operation of District Heating in Communities / A. A. Gavrilova, A. G. Salov, L. A. Sagitova // 2019 International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2019. Vladivostok : Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2019. C. 8934815.
142. Ivanova, D. V. Control algorithms development for manufacturing and economic systems activity / D. V. Ivanova, A. G. Salov, A. A. Gavrilova // *Journal of Physics: Conference Series*. Saratov : Institute of Physics Publishing, 2018. T. 1111. C. 012073.
143. Yager, R. *Essentials of fuzzy modeling and control* / R. Yager, D. Filev. New York : John Wiley and Sons, Inc., 1994. 632 c.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Результаты математического моделирования динамики производства тепловой энергии энергосистемой на основе результатов наблюдений

На основе статистических данных, публикуемых в ежегодной отчетности региональных министерств и энергетических компаний за период времени с 1990 по 2021 годы, по алгоритму, описанному формулой (3.3), построены девять математических моделей динамики производства тепловой энергии энергосистемой, описываемых формулами (3.4) – (3.8), (3.17) – (3.20). Результаты расчета параметров математических моделей представлены в таблице А.1.

Таблица А.1 – Результаты расчета параметров математических моделей для производства тепловой энергии

Модель		Коэффициенты модели						$Q_{осм}$	$s, \%$	$cond$	$DW$
№	формула	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$				
1	(3.4)	0,019	0,103	0,868				0,040	6,0%	109,9	0,66
2	(3.5)	0,985	-0,105	0,140	0,754			0,036	5,6%	64,0	0,72
3	(3.6)	0,951	-0,213	168,55	-0,167	$4,12 \cdot 10^5$		0,044	6,9%	$1,07 \cdot 10^7$	2,29
4	(3.7)	0,221	0,082	-0,011	0,055	0,622		0,032	5,6%	$4,78 \cdot 10^3$	1,02
5	(3.8)	0,418	-0,202	0,737	-0,084	0,158	0,695	0,035	6,1%	2089,9	1,54
6	(3.17)	0,688	0,029	0,083	0,873			0,022	4,6%	244,0	1,83
7	(3.18)	0,653	0,972	-0,110	0,105	0,749		0,021	4,5%	73,3	1,86
8	(3.19)	0,743	-0,107	0,0389	0,089	0,829		0,021	4,8%	945,4	2,05
9	(3.20)	0,698	-0,133	0,921	-0,051	0,140	0,693	0,019	4,6%	241,9	2,14

Исследования разработанных математических моделей для достижения данной цели проводились в виде серии ретроспективных прогнозов на 1 или несколько лет вперед.

На рисунке А.2 приведены значения относительных погрешностей прогнозов для моделей 1 – 9 (формулы (3.4) – (3.8), (3.17) – (3.20)), построенных по выборке объемом  $N = 31$  год на 1 год вперед.

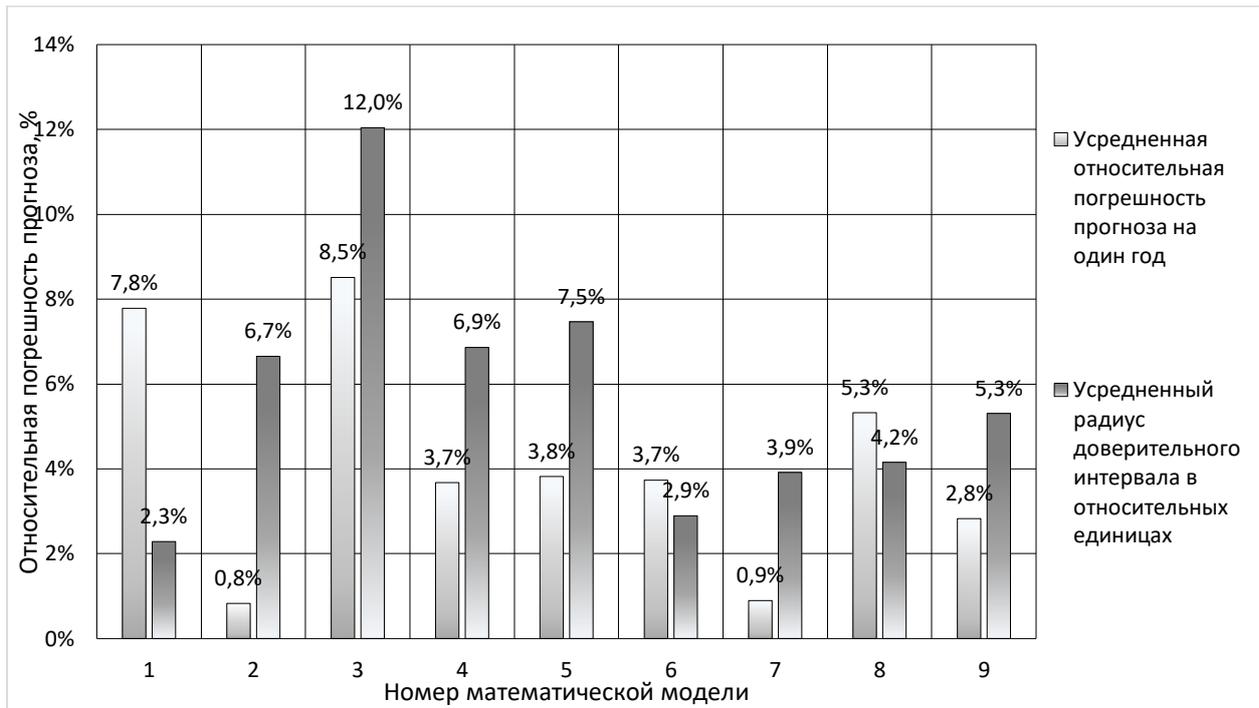


Рисунок А.1 – Относительные погрешности прогноза динамики производства тепловой энергии на 2021 год для моделей 1–9

Статистический анализ полученных результатов показал, наиболее эффективной моделью динамики производства тепловой энергии является модель 7 (3.18), что подтверждает результаты полученные в главе 3 для моделей производства суммарной энергии.

Для окончательного выбора наилучшей математической модели были сделаны прогнозы на  $p = 1, 2, 3, 4$  и 5 лет, начиная с 2010 года по 2022– $p$  год, по выборкам объемом  $N = 25$  лет. Усредненные результаты погрешностей прогнозов приведены в таблице А.2.

Таблица А.2 – Погрешности прогноза выпуска тепловой энергии, сделанного на основе исследуемых математических моделей (по  $N=25$ )

Количество лет, на которые сделан прогноз	Номер модели								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	10,6%	7,6%	12,9%	8,3%	8,9%	6,4%	5,6%	6,6%	5,4%
2	10,9%	8,0%	14,3%	12,5%	13,9%	9,6%	6,8%	8,7%	7,5%
3	11,0%	8,8%	17,8%	15,6%	17,0%	11,5%	6,5%	9,1%	7,6%
4	10,5%	9,9%	22,2%	19,8%	20,8%	13,4%	6,8%	9,8%	8,4%
5	10,0%	10,4%	27,7%	23,8%	24,6%	13,1%	6,5%	9,9%	9,0%

На рисунке А.3 представлены зависимости оценки относительной предельной погрешности  $\Delta, \%$  прогноза выпуска продукции энергопроизводств, рассчитанные по известной второй (3.5) и седьмой (3.18) моделям. Видно, что из-за некорректности применения классического метода наименьших квадратов при оценке параметров модели 2, вследствие смещения оценки дисперсии случайного возмущения в результатах наблюдения, величина оценки предельной погрешности прогноза (доверительный интервал) оказывается завышенной.

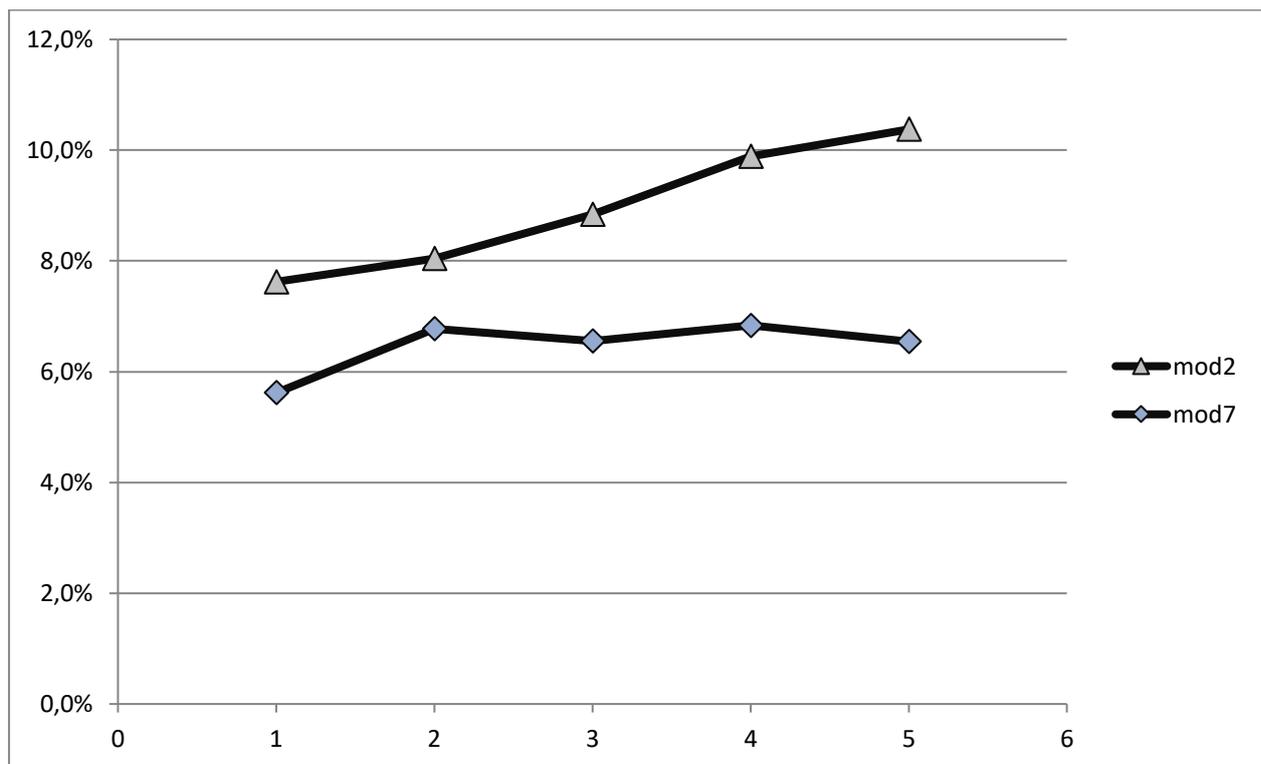


Рисунок А.2. Зависимости погрешностей прогноза выпуска продукции энергопроизводств, рассчитанные по второй и седьмой моделям

Таким образом, для описания динамики производства тепловой энергии энергосистемой Самарской области наилучшей математической моделью является ковариационно–стационарная модель (3.18), построенная на основе нелинейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией первого порядка.

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Результаты математического моделирования динамики производства электрической энергии энергосистемой на основе результатов наблюдений

На основе статистических данных, публикуемых в ежегодной отчетности региональных министерств и энергетических компаний за период времени с 1990 по 2021 годы, по алгоритму, описанному формулой (3.3), построены девять математических моделей динамики производства электрической энергии энергосистемой, описываемых формулами (3.4) – (3.8), (3.17) – (3.20). Результаты расчета параметров математических моделей представлены в таблице А.1.

Таблица Б.1 – Результаты расчета параметров математических моделей для производства электроэнергии

Модель		Коэффициенты модели						$Q_{ост}$	$s, \%$	$cond$	$DW$
№	формула	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$	$\lambda_5$	$\lambda_6$				
1	(3.4)	0,025	0,030	0,802				0,216	11,2%	527,9	0,43
2	(3.5)			0,877	-0,214	0,035	0,605	0,098	7,5%	178,4	0,74
3	(3.6)	0,493	-0,173	-409,58	0,414	-1,05E-04		0,041	5,2%	1,18E+07	2,07
4	(3.7)	0,552	0,138	-0,021	0,007	0,243		0,036	4,7%	1,62E+03	2,24
5	(3.8)	0,425	0,042	0,425	-0,047	0,098	0,466	0,076	7,0%	3478,4	2,12
6	(3.17)	0,804	0,185	0,078	0,417			0,057	5,9%	43,7	2,05
7	(3.18)	0,616	0,765	0,017	0,128	0,299		0,040	5,0%	75,8	2,22
8	(3.19)	0,744	-0,015	0,1899	0,107	0,399		0,055	6,0%	253,6	2,02
9	(3.20)	0,478	0,014	0,753	0,058	0,164	0,260	0,036	4,8%	327,1	2,21

Исследования разработанных математических моделей для достижения данной цели проводились в виде серии ретроспективных прогнозов на 1 или несколько лет вперед.

На рисунке Б.2 приведены значения относительных погрешностей прогнозов для моделей 1 – 9 (формулы (3.4) – (3.8), (3.17) – (3.20)), построенных по выборке объемом  $N = 31$  год на 1 год вперед.

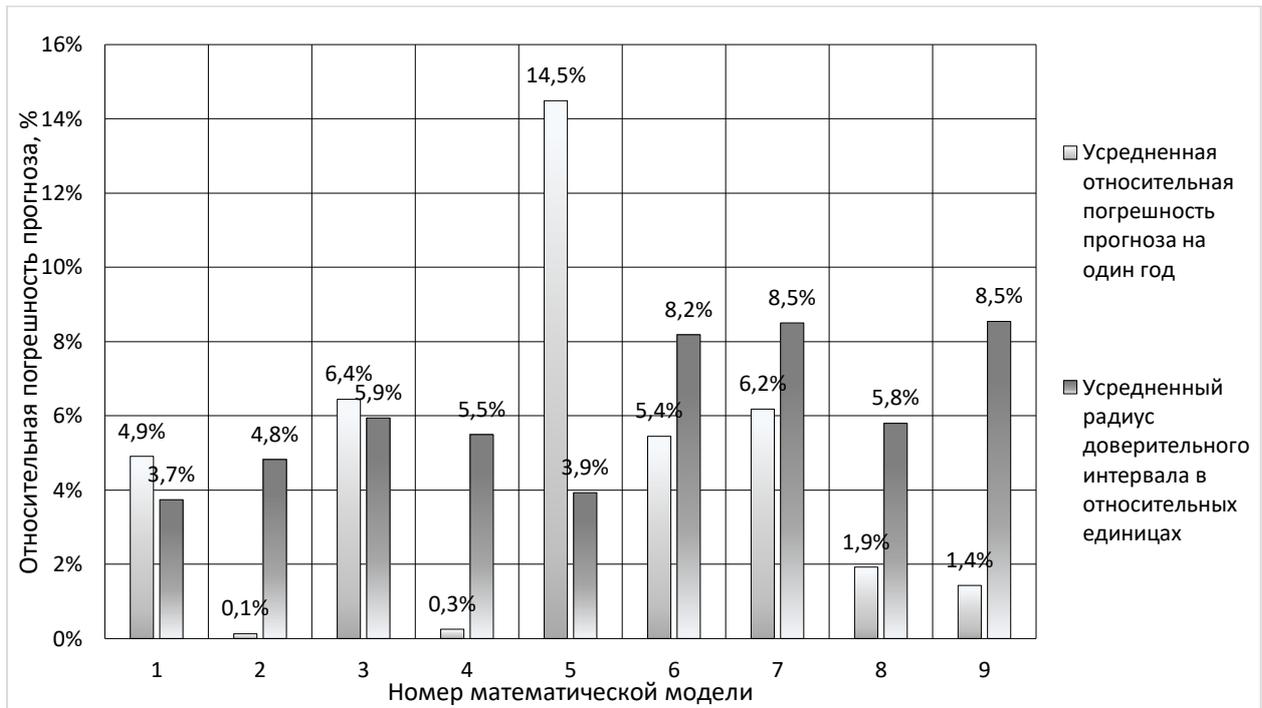


Рисунок Б.1 – Относительные погрешности прогноза динамики производства тепловой энергии на 2021 год для моделей 1–9

Статистический анализ полученных результатов показал, наиболее эффективной моделью динамики производства электрической энергии является модель 7 (3.18), что подтверждает результаты полученные в главе 3 для моделей производства суммарной энергии.

Для окончательного выбора наилучшей математической модели были сделаны прогнозы на  $p = 1, 2, 3, 4$  и 5 лет, начиная с 2010 года по 2022– $p$  год, по выборкам объемом  $N = 25$  лет. Усредненные результаты погрешностей прогнозов приведены в таблице Б.2.

Таблица Б.2 – Погрешности прогноза выпуска тепловой энергии, сделанного на основе исследуемых математических моделей (по  $N=25$ )

Количество лет, на которые сделан прогноз	Номер модели								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	18,9%	13,9%	10,2%	9,8%	7,4%	11,4%	7,7%	12,6%	7,9%
2	19,8%	17,6%	14,6%	14,6%	12,4%	15,3%	11,5%	14,9%	12,4%
3	20,3%	19,2%	14,5%	16,3%	13,8%	17,3%	11,7%	16,3%	12,2%
4	19,6%	23,4%	13,9%	18,6%	15,5%	19,4%	12,1%	17,1%	12,3%
5	17,4%	28,1%	13,2%	20,5%	16,3%	18,3%	11,0%	15,6%	11,4%

На рисунке Б.2 представлены зависимости оценки относительной предельной погрешности  $\Delta, \%$  прогноза выпуска продукции энергопроизводств, рассчитанные по известной второй (3.5) и седьмой (3.18) моделям.

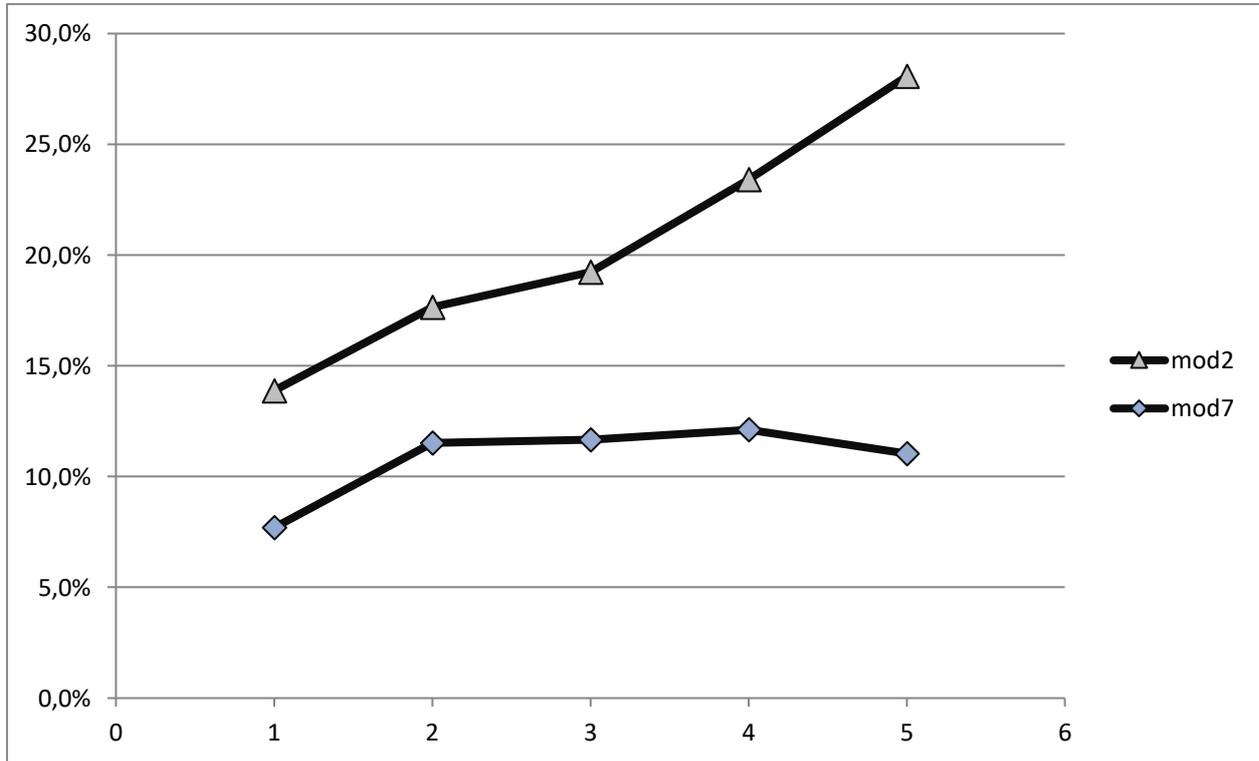


Рисунок Б.2 – Зависимости погрешностей прогноза выпуска продукции энергопроизводств, рассчитанные по второй и седьмой моделям

Таким образом, для описания динамики производства тепловой энергии энергосистемой Самарской области наилучшей математической моделью является ковариационно–стационарная модель (3.18), построенная на основе нелинейной регрессионной модели со случайным возмущением, описываемым авторегрессией первого порядка.

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Статистические данные функционирования энергосистемы в период с 1990 по 2021 гг.

Функционирование энергосистемы Самарской области характеризуется выпуском продукции в виде тепловой  $Y_t(t)$ , электрической  $Y_e(t)$ , и суммарной энергии  $Y_s(t)$ . Для этого энергосистема затрачивает капитальные  $K(t)$ , трудовые  $L(t)$  и топливные  $B(t)$  ресурсы. Статистические данные выпуска энергии региональной энергосистемой и объемов используемых ресурсов приведены в таблице В.1. Из-за отсутствия возможности разглашения конфиденциальных данных энергокомпаний, все статистические данные приводятся в относительных безразмерных величинах, приведенных к значениям соответствующих величин в 1990 г.

Таблица В.1 – Выпуск энергии энергосистемой Самарской области и объемы затрачиваемых ресурсов в период с 1990 по 2021 гг.

Годы	$Y_e(t)$	$Y_t(t)$	$Y_s(t)$	$K(t)$ ,	$L(t)$	$B_e(t)$	$B_t(t)$	$B_s(t)$
1990	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
1991	0,931	1,000	0,984	0,952	0,883	0,939	0,999	0,977
1992	0,913	0,973	0,959	1,071	1,002	0,908	0,970	0,947
1993	0,800	0,879	0,861	1,114	1,130	0,793	0,871	0,842
1994	0,760	0,707	0,719	1,159	1,259	0,786	0,699	0,731
1995	0,749	0,606	0,639	1,193	1,081	0,813	0,561	0,654
1996	0,756	0,565	0,609	1,217	1,316	0,906	0,480	0,636
1997	0,771	0,583	0,626	1,235	1,259	1,004	0,462	0,662
1998	0,764	0,491	0,554	1,277	1,211	1,003	0,427	0,639
1999	0,810	0,474	0,551	1,305	1,162	1,050	0,410	0,645
2000	0,794	0,487	0,557	1,317	1,154	1,021	0,419	0,640
2001	0,752	0,553	0,599	1,340	1,121	0,944	0,434	0,622
2002	0,736	0,535	0,581	1,351	1,111	0,923	0,417	0,603
2003	0,763	0,545	0,595	1,626	0,956	0,944	0,431	0,620
2004	0,750	0,552	0,593	1,586	0,865	0,899	0,471	0,629
2005	0,738	0,525	0,568	1,705	0,836	0,872	0,470	0,618
2006	0,782	0,565	0,609	1,743	0,857	0,937	0,474	0,645
2007	0,743	0,550	0,594	1,758	0,785	0,932	0,463	0,635

Окончание таблицы В.1.

Годы	$Y_e(t)$	$Y_t(t)$	$Y_s(t)$	$K(t),$	$L(t)$	$B_e(t)$	$B_t(t)$	$B_s(t)$
2008	0,780	0,525	0,583	1,786	0,790	0,952	0,446	0,632
2009	0,662	0,503	0,539	1,719	0,785	0,814	0,424	0,568
2010	0,653	0,507	0,540	1,644	0,676	0,744	0,522	0,604
2011	0,683	0,534	0,568	1,623	0,700	0,731	0,552	0,618
2012	0,652	0,501	0,535	1,602	0,731	0,803	0,520	0,624
2013	0,696	0,474	0,524	1,631	0,793	0,729	0,492	0,579
2014	0,691	0,475	0,524	1,527	0,731	0,624	0,491	0,540
2015	0,616	0,387	0,439	1,303	0,501	0,528	0,405	0,450
2016	0,518	0,448	0,464	1,233	0,466	0,653	0,387	0,485
2017	0,567	0,452	0,477	1,189	0,529	0,600	0,394	0,470
2018	0,653	0,476	0,516	0,933	0,537	0,670	0,414	0,508
2019	0,605	0,453	0,488	0,877	0,520	0,612	0,391	0,472
2020	0,581	0,430	0,464	0,998	0,610	0,556	0,370	0,438
2021	0,593	0,460	0,490	0,990	0,587	0,582	0,398	0,466

## ПРИЛОЖЕНИЕ Г

## Акты о внедрении результатов диссертационного исследования



Филиал «Самарский»  
 ПАО «Т Плюс»  
 ул. Маяковского, 15,  
 г. Самара, 443100

Тел.: (846) 279-63-51, 332-34-35  
 Факс: (846) 242-43-94  
 info-samara@tplusgroup.ru  
 www.tplusgroup.ru

## АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы на соискание ученой степени кандидата технических наук, подготовленный **Сагитовой Ляйсан Акзамовной** на тему: «Анализ и моделирование эффективности функционирования энергетических предприятий промышленного региона»

Настоящим подтверждаем, что результаты диссертационной работы были использованы для анализа эффективности производства тепловой и электрической энергии энергопредприятиями, входящими в состав организации, и учитывались при разработке плана мероприятий по повышению эффективности ее деятельности.

Использование разработанных математических моделей динамики производства энергии и объемов затрат основных ресурсов дает возможность повысить точность среднесрочных прогнозов энергопотребления на 4,83 % и разрабатывать различные сценарные варианты развития предприятия.

Сформированный комплекс критериев оценки эффективности деятельности энергопредприятий был внедрен для анализа эффективности использования основных фондов.

Предложенный метод комплексного оценивания режимов работы котельного оборудования планируется использовать для анализа и выбора эффективных режимов загрузки котельной.

Разработанные в диссертационной работе принципы системного оценивания энергоэффективности функционирования производств, новые математические модели функционирования энергосистемы, алгоритм работы системы поддержки принятия решений, системы управления процессами энергетических производств с имитационными моделями в контуре и сам системный подход к повышению эффективности энергетических производств рекомендованы к использованию на энергетических предприятиях комплекса при анализе их производственно-хозяйственной деятельности.

Директор филиала  
 «Самарский» ПАО «Т Плюс»  
 кандидат технических наук



М.Р. Феткуллов

«30» апреля 2025 г.

**СамГЭС****АО «Самарагорэнергосбыт»**

Гагарина ул., д. 22, стр. 1, г. Самара, 443079  
 Телефон: (846) 200-55-25  
 E-mail: secr@samges.ru, www.samges.ru

*20.05.2025 г. № 4135*

На № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_

УТВЕРЖДАЮ:  
 Заместитель директора по  
 экономике и финансам  
 АО «Самарагорэнергосбыт»,



### АКТ О ВНЕДРЕНИИ

результатов диссертационной работы Сагитовой Ляйсан Акзамовны на тему:  
 «Анализ и моделирование эффективности функционирования энергетических  
 предприятий промышленного региона»

Результаты диссертационного исследования, подготовленного Л.А. Сагитовой на тему «Анализ и моделирование эффективности функционирования энергетических предприятий промышленного региона», в части, связанной с разработкой новых ковариационно-стационарных математических моделей временных рядов в форме стохастических разностных уравнений для описания динамики функционирования энергосистемы и комплекса критериев оценивания эффективности ее деятельности использованы в операционной деятельности предприятия в бизнес-процессах на оптовом рынке электроэнергии и мощности.

Реализация предложенных решений в АО «Самарагорэнергосбыт» позволит на 5,61% повысить эффективность планирования потребления электрической энергии на оптовом рынке электроэнергии и мощности в зоне деятельности Общества.

Предложенный в диссертационной работе алгоритм принятия решений по управлению энергетическим оборудованием может быть внедрен для повышения эффективности производства электрической и тепловой энергии энергетическим предприятием и при формировании оптимальной стратегии развития, а именно при планировании мероприятий по повышению эффективности работы основного энергетического оборудования и формированию инвестиций в их обновление.

Начальник отдела торговых операций

Кирилин А.В.



МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Самарский государственный технический университет»  
(ФГБОУ ВО «СамГТУ»)

### УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор –  
проректор по учебной работе  
ФГБОУ ВО «Самарский государственный  
технический университет» – доцент

  
Д.Е. Овчинников  
«16» мая 2025 г.

### А К Т

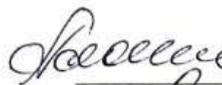
научно-технической комиссии о внедрении результатов  
диссертационной работы на соискание ученой степени  
кандидата технических наук  
Сагитовой Ляйсан Акзамовны  
на тему «Анализ и моделирование эффективности функционирования энергетических  
предприятий промышленного региона»

Комиссия в составе начальника учебного управления к.э.н., доцента Алонцевой Е.А., заведующего кафедрой «Прикладная математика и информатика» д.т.н., профессора Радченко В.П., заведующего кафедрой «Теплогазоснабжение и вентиляция», к.т.н., доцента Зеленцова Д.В., составила настоящий акт о том, что результаты кандидатской диссертации Сагитовой Л.А. внедрены в учебный процесс Самарского государственного технического университета при подготовке бакалавров по направлению 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» и магистров по направлениям 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» и 08.04.01 «Строительство» (профиль подготовки «Энергоэффективность в системах теплоснабжения»).

Результаты научных исследований, проведенных Сагитовой Л.А., а именно математические модели функционирования производственных систем в виде ковариационно-стационарных моделей временных рядов с детерминированным трендом и методы их параметрической идентификации на основе результатов наблюдений, методики системного оценивания эффективности функционирования энергетических производств, используются при чтении лекций и проведении практических занятий по дисциплинам «Прикладной и регрессионный анализ», «Современные методы идентификации на основе разностных уравнений», «Моделирование процессов генерации и транспорта тепловой энергии», «Моделирование производственных систем теплоснабжения», а также при выполнении научно-исследовательских и выпускных квалификационных работ.

Реализация полученных автором результатов исследований позволила повысить эффективность и качество учебного процесса.

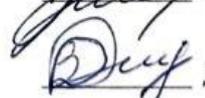
Начальник УУ СамГТУ,  
к.э.н., доцент

 Е.А. Алонцева

Заведующий кафедрой «ПМИИ»  
д.т.н., профессор

 В.П. Радченко

Заведующий кафедрой «ТГВ»,  
к.т.н., доцент

 Д.В. Зеленцов